

線形代数学 演習問題 固有値・固有ベクトルと対角化

問 1. 次の正方行列 A に対し, その固有値をすべて求め, $P^{-1}AP$ が対角行列となる正則行列 P を求めよ.

$$(1) A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$$

$$(2) A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -4 & -9 \end{pmatrix}$$

$$(3) A = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(4) A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ 5 & -3 & -3 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(5) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 5 \\ -4 & 1 & -4 \\ -2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$(6) A = \begin{pmatrix} 2 & 12 & -8 \\ -4 & 22 & -10 \\ -8 & 36 & -16 \end{pmatrix}$$

$$(7) A = \begin{pmatrix} 1 & -8 & 0 \\ -4 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

$$(8) A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -6 \\ -2 & -3 & -6 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(9) A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & -4 \end{pmatrix}$$

問 2. 次の実対称行列 A に対し, その固有値をすべて求め, $P^{-1}AP$ が対角行列となる直交行列 P を求めよ.

$$(1) A = \begin{pmatrix} -47 & 9 \\ 9 & -23 \end{pmatrix}$$

$$(2) A = \begin{pmatrix} -35 & 6 \\ 6 & -30 \end{pmatrix}$$

$$(3) A = \begin{pmatrix} -39 & 3 \\ 3 & -31 \end{pmatrix}$$

$$(4) A = \begin{pmatrix} -6 & 6 & 0 \\ 6 & 0 & 6 \\ 0 & 6 & -6 \end{pmatrix}$$

$$(5) A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & -1 \\ 8 & -4 & 8 \\ -1 & 8 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(6) A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -2 \\ -2 & 10 & -8 \\ -2 & -8 & 10 \end{pmatrix}$$

$$(7) A = \begin{pmatrix} -17 & -4 & 8 \\ -4 & -11 & 4 \\ 8 & 4 & -17 \end{pmatrix}$$

$$(8) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(9) A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

作成:

葛谷充伸 (九州大学)

tsutaya@math.kyushu-u.ac.jp