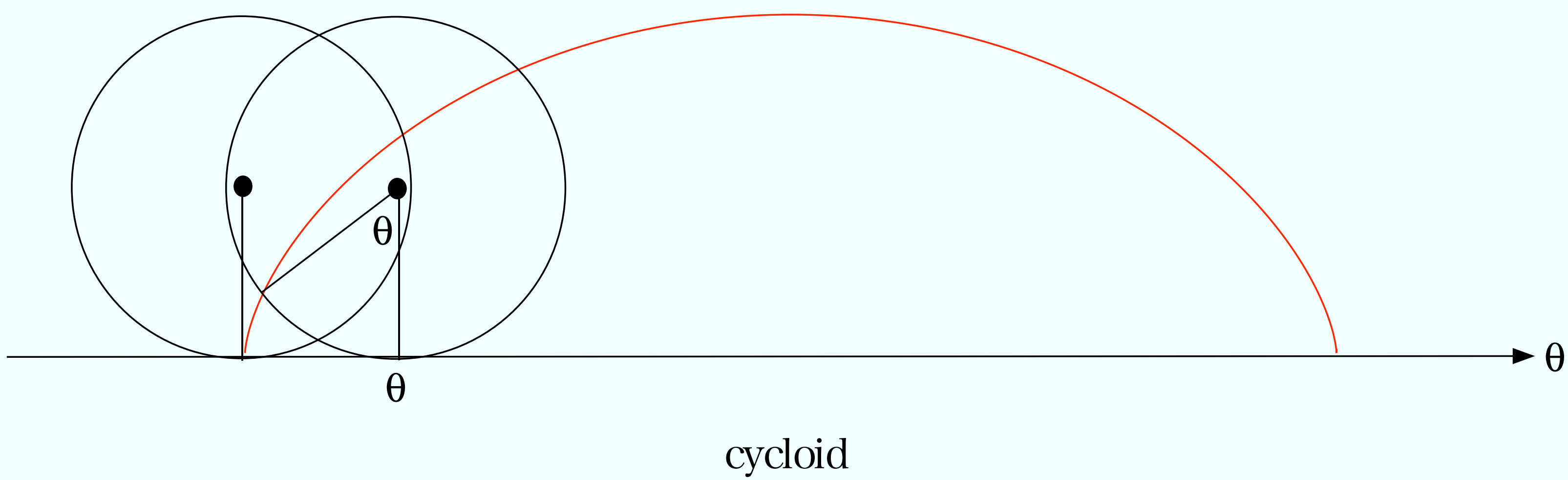
座標の発明

座標の発明

デカルト以前にも平面に座標軸を描くことは行われていたが、一方向のみであった。

座標の発明

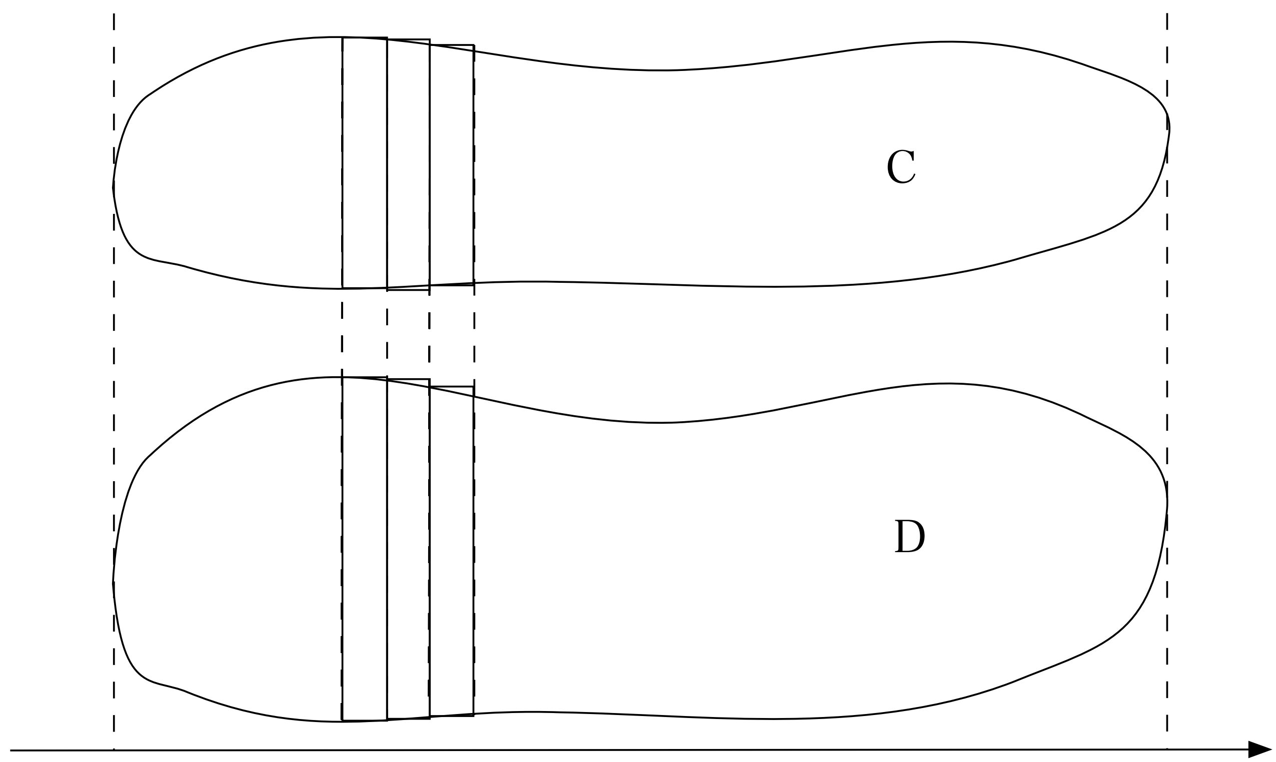
デカルト以前にも平面に座標軸を描くことは行われていたが、一方向のみであった。



カバリエリの原理

カバリエリの原理

x 軸の上に置かれた二つの図形を、図のように細い短冊に切ってそれぞれの短冊の面積を比較する。



カバリエリの原理

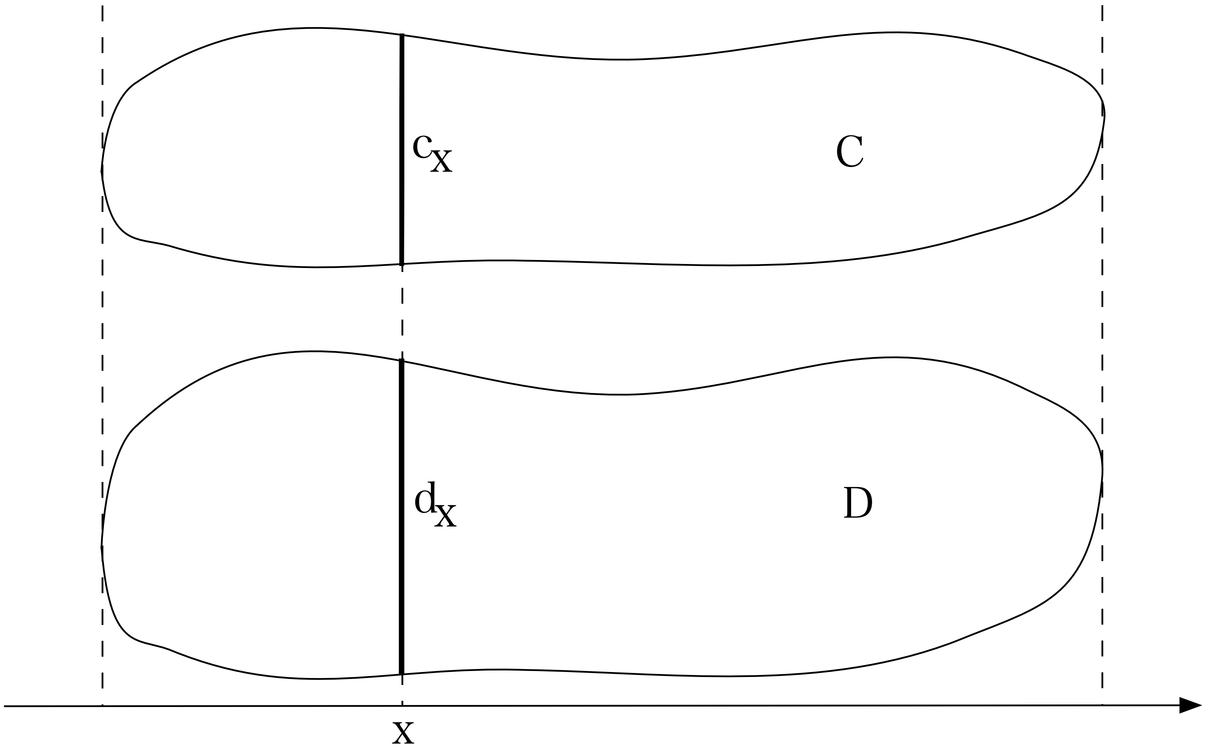
短冊の幅を無限に細くするとカバリエリの原理が得られる。

カバリエリの原理

短冊の幅を無限に細くするとカバリエリの原理が得られる。

カバリエリの原理

全ての x について $d_x = kc_x$ ならば $D = kC$ である。

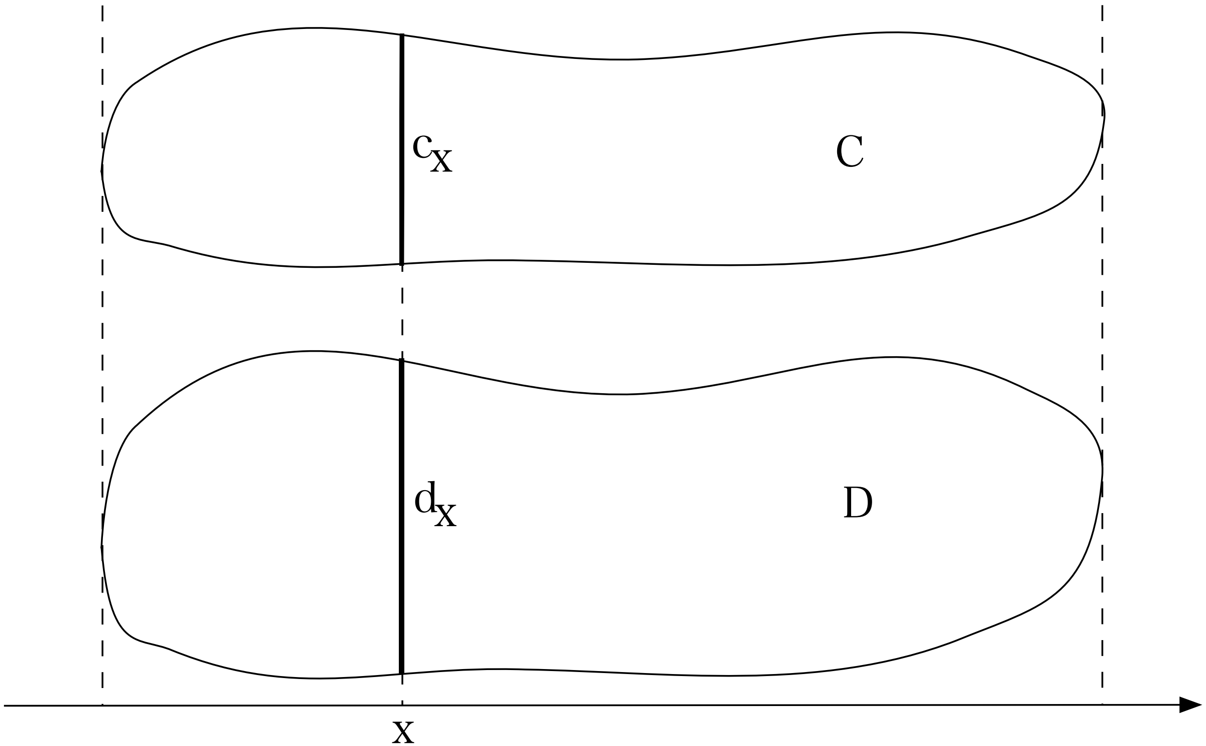


カバリエリの原理

短冊の幅を無限に細くするとカバリエリの原理が得られる。

<u>カバリエリの原理</u>

全ての x について $d_x = kc_x$ ならば $D = kC$ である。



<u>注意</u>：この考え方を進めると積分の概念が得られる。

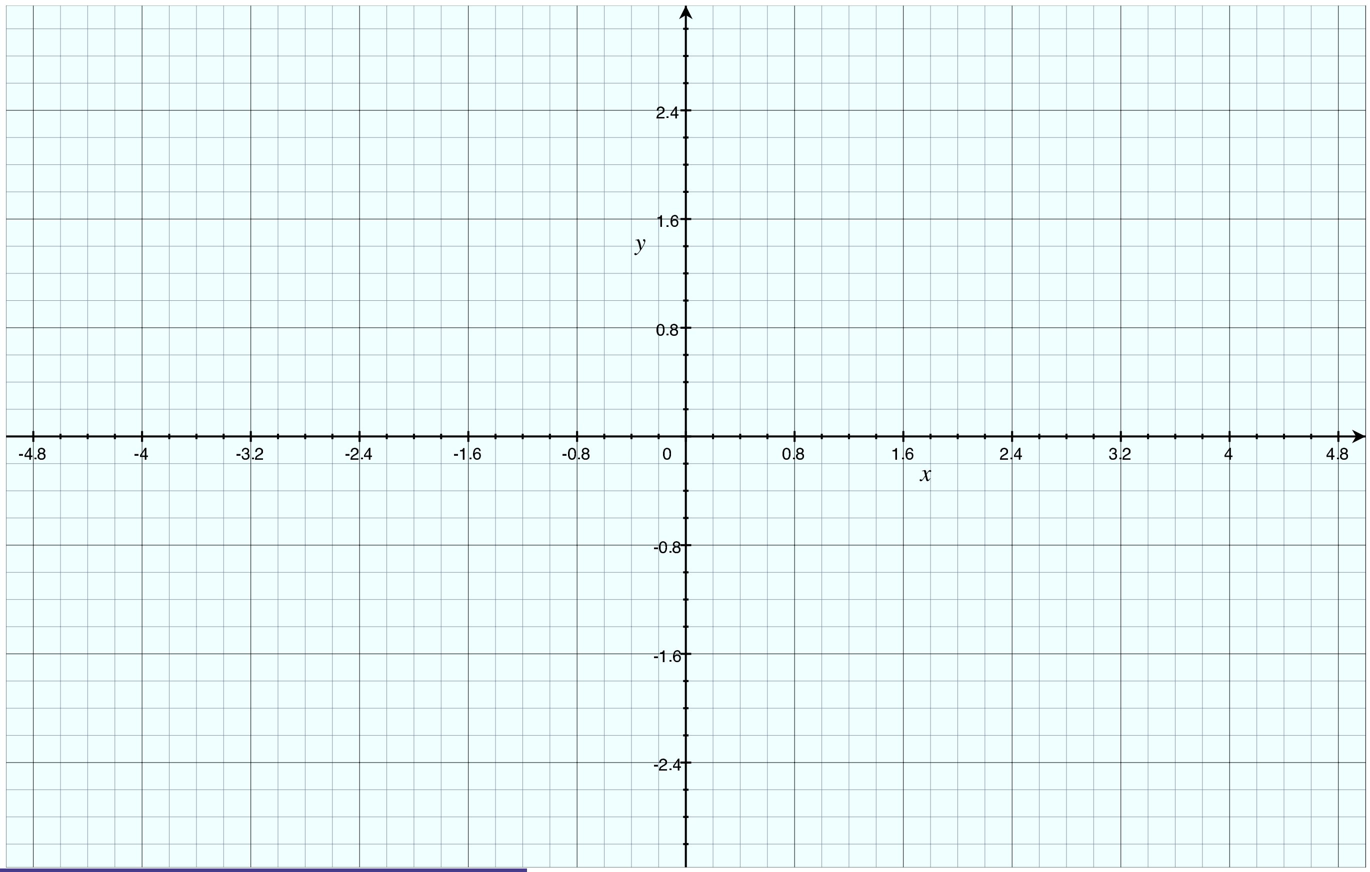
デカルト座標

デカルト座標

デカルトは、平面上に二本の直交する座標軸を引き、それを利用して二つの実数の組によって平面上の点の位置を表す方法 (所謂デカルト座標系) を発明した。

デカルト座標

デカルトは、平面上に二本の直交する座標軸を引き、それを利用して二つの実数の組によって平面上の点の位置を表す方法 (所謂デカルト座標系) を発明した。

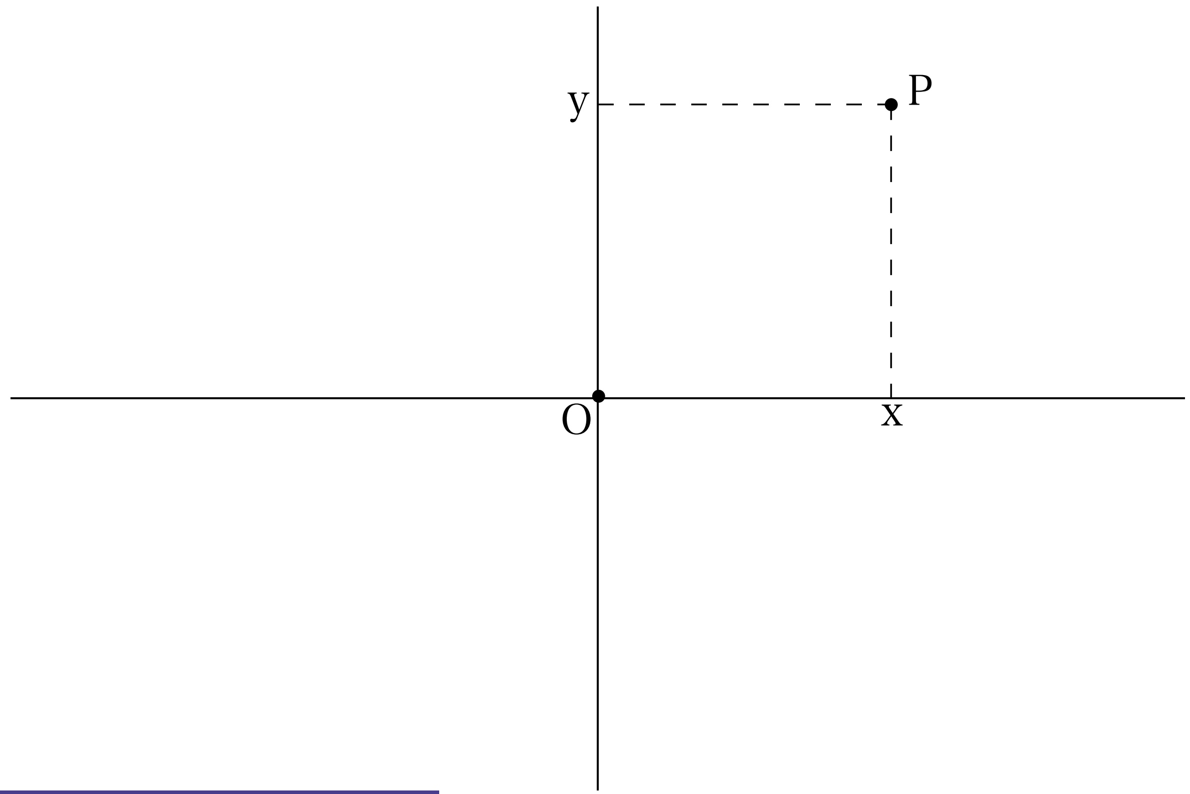


デカルト座標

即ち、両座標軸に実数を対応させせおき、平面上の各点 P を通り縦軸に平行な直線と横軸の交わる点の値 x と P を通り横軸と平行な直線と縦軸の交わる点の値 y を用いて、この実数の組 (x, y) で点 P を表す。(x, y) を P の座標と呼ぶ。

デカルト座標

即ち、両座標軸に実数を対応させせおき、平面上の各点 P を通り縦軸に平行な直線と横軸の交わる点の値 x と P を通り横軸と平行な直線と縦軸の交わる点の値 y を用いて、この実数の組 (x, y) で点 P を表す。(x, y) を P の座標と呼ぶ。



解析幾何学

解析幾何学

デカルト座標を使う事により、平面上の曲線を、方程式 $f(x,y)=0$ を満たす点の集合

$$C = \{\ (x,y) \mid f(x,y) = 0\ \}$$

と同一視する事が出来る。

解析幾何学

デカルト座標を使う事により、平面上の曲線を、方程式 $f(x,y)=0$ を満たす点の集合

$$C = \{ \ (x,y) \mid f(x,y) = 0 \ \}$$

と同一視する事が出来る。

<u>注意</u> C を $f(x,y)$ のグラフとは呼ばない。

解析幾何学

デカルト座標を使う事により、平面上の曲線を、方程式 $f(x,y)=0$ を満たす点の集合

$$C = \{\ (x,y) \mid f(x,y) = 0\ \}$$

と同一視する事が出来る。
注意 C を $f(x,y)$ のグラフとは呼ばない。

これにより
「平面上の幾何学 $\Longleftrightarrow$ 数の代数的な操作」
の対応が得られる。

解析幾何学

デカルト座標を使う事により、平面上の曲線を、方程式
$f(x,y)=0$ を満たす点の集合

$$C = \{\ (x,y) \mid f(x,y)=0\ \}$$

と同一視する事が出来る。
注意 C を $f(x,y)$ のグラフとは呼ばない。

これにより
「平面上の幾何学 $\Longleftrightarrow$ 数の代数的な操作」
の対応が得られる。

平面幾何のこのような扱いを 解析幾何 と呼ぶ。

解析幾何学

解析幾何学

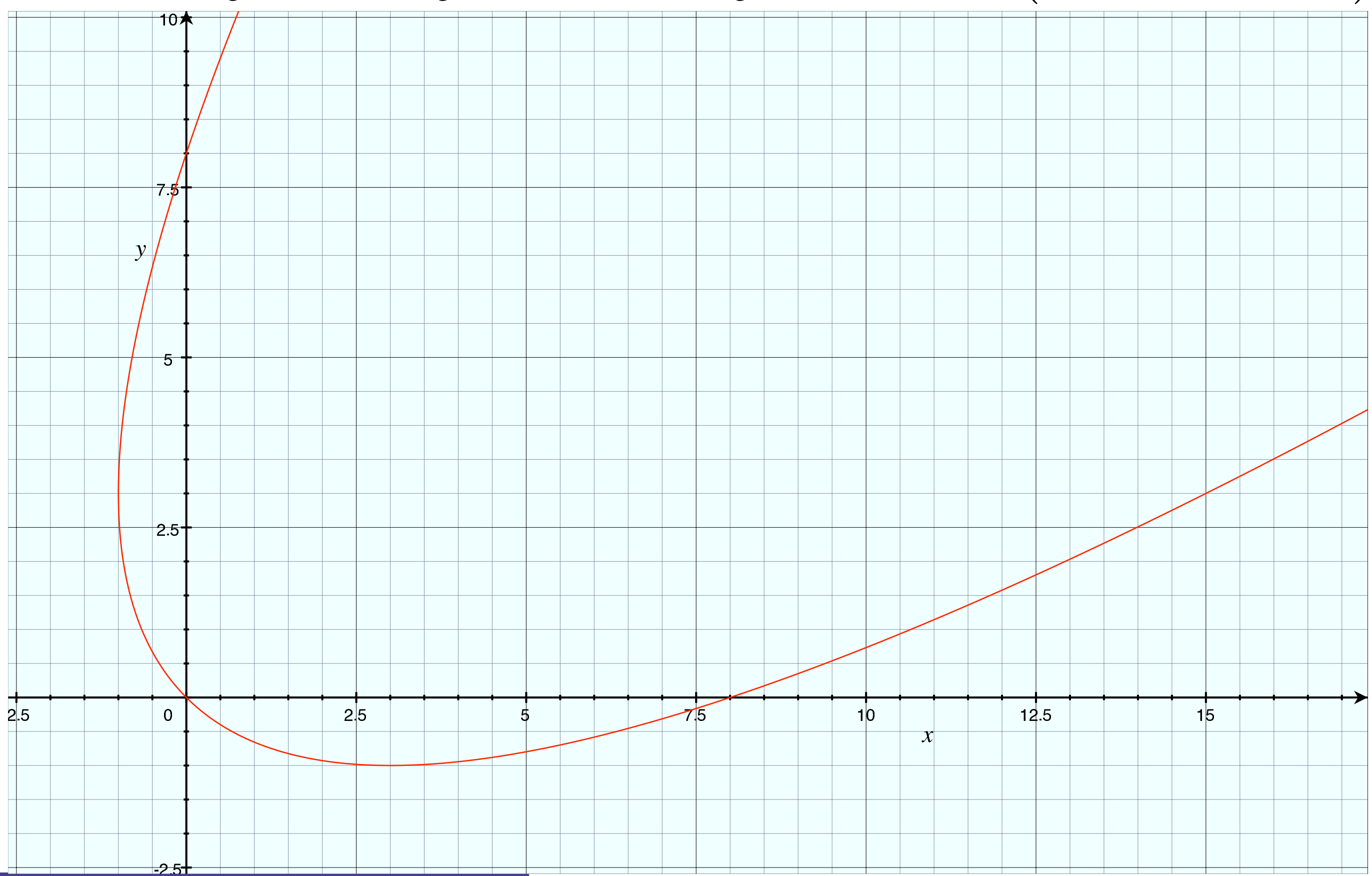
放物線

点 $(1, 1)$ を焦点、直線 $x + y = -2$ を準線とする放物線の方程式は：$x^2 + y^2 - 2xy - 8x - 8y = 0$　　(判別式 $= 0$)

解析幾何学

放物線

点 $(1,1)$ を焦点、直線 $x+y=-2$ を準線とする放物線の方程式は：$x^2+y^2-2xy-8x-8y=0$　　(判別式 $=0$)



解析幾何学

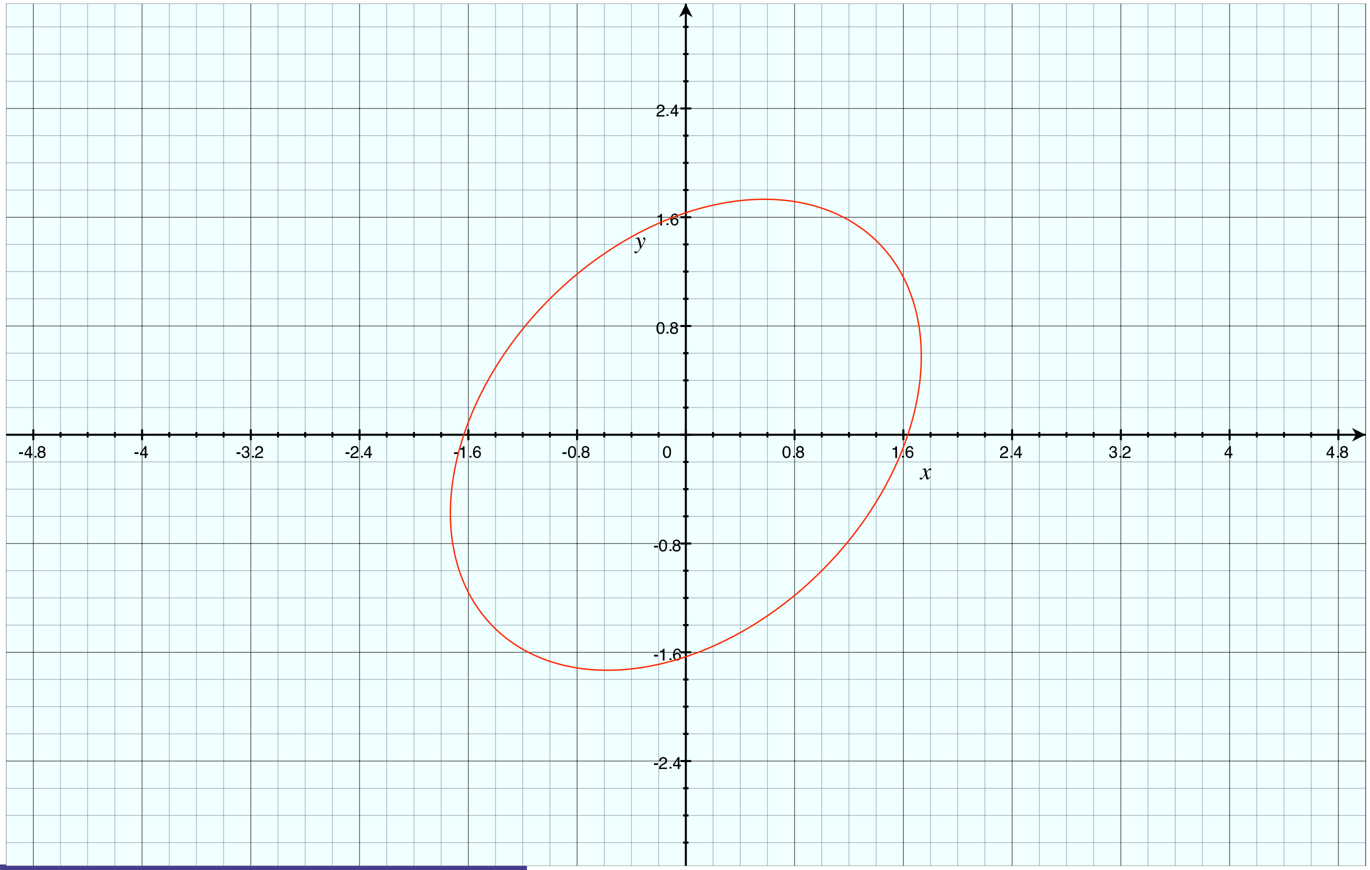
楕円

点 $(1,1)$,$(-1,-1)$ を焦点とし、それぞれへの距離の和が 4 である楕円の方程式は：$3x^2+3y^2-2xy-8=0 \quad$ (判別式 <0)

解析幾何学

楕円

点 $(1,1)$,$(-1,-1)$ を焦点とし、それぞれへの距離の和が 4 である楕円の方程式は：$3x^2+3y^2-2xy-8=0\quad$ (判別式 <0)



解析幾何学

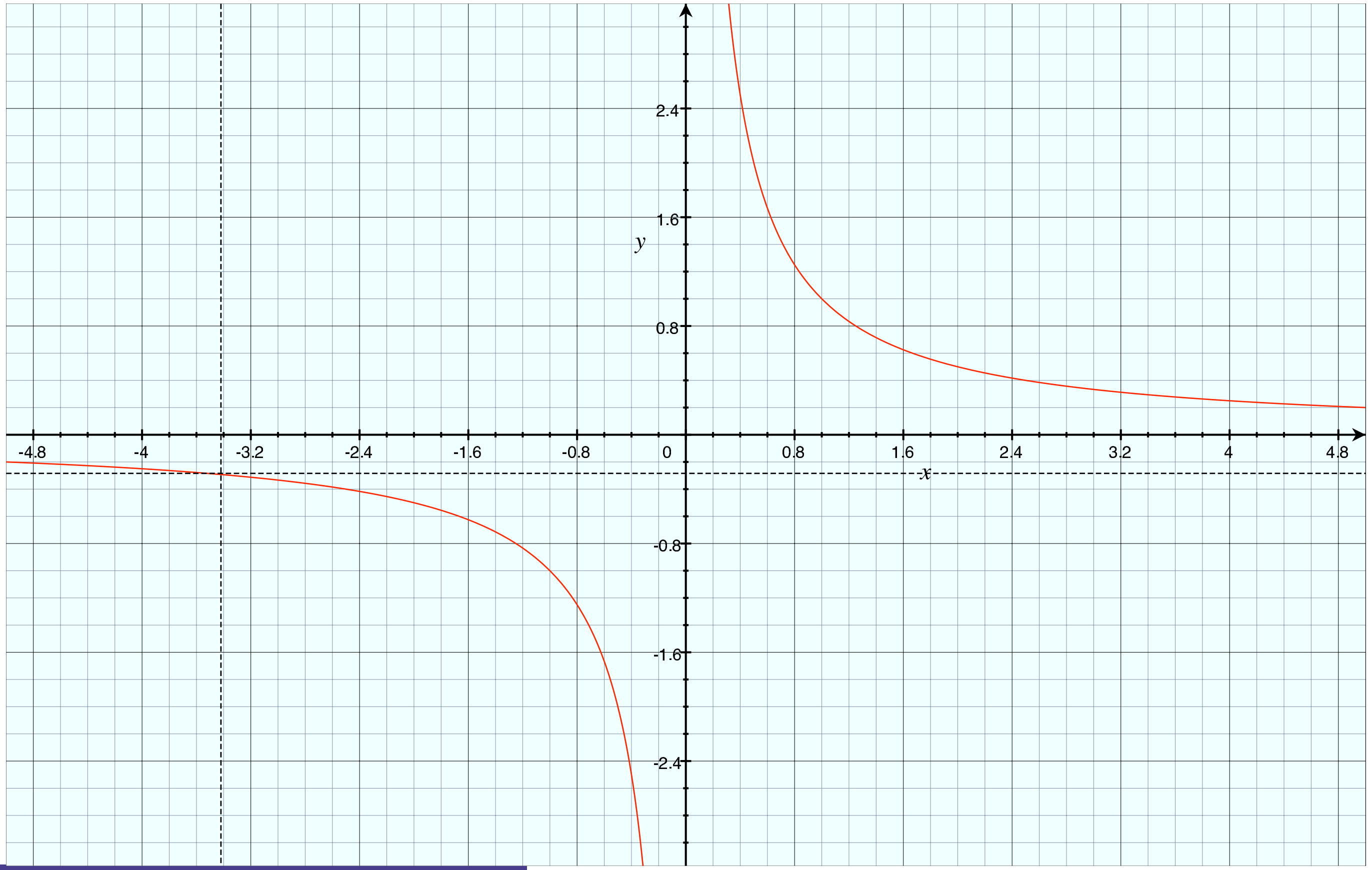
双曲線

点 $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$,$(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ を焦点とし、それぞれへの距離の差が $2\sqrt{2}$ である双曲線の方程式は：$xy - 1 = 0$ (判別式 > 0)

解析幾何学

双曲線

点 $(\sqrt{2},\sqrt{2}),(-\sqrt{2},-\sqrt{2})$ を焦点とし、それぞれへの距離の差が $2\sqrt{2}$ である双曲線の方程式は：$xy-1=0$ (判別式 >0)



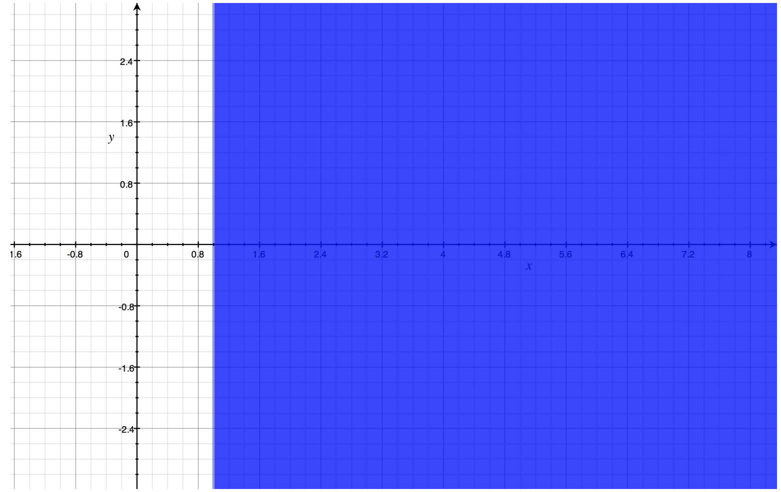
解析幾何学

領域 $\{\ (x,y) \mid 1 \leq x\}$

解析幾何学

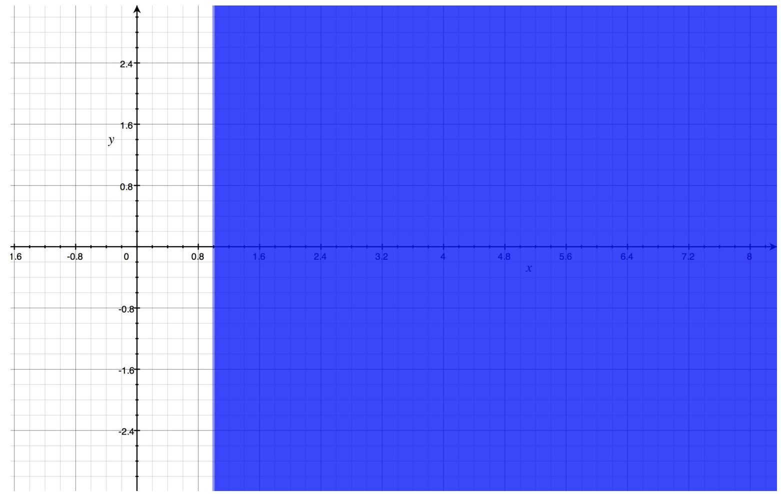
<u>領域</u>

$$\{\ (x, y) \mid 1 \leq x\}$$



領域

$$\{\ (x, y) \mid 1 \leq x\}$$

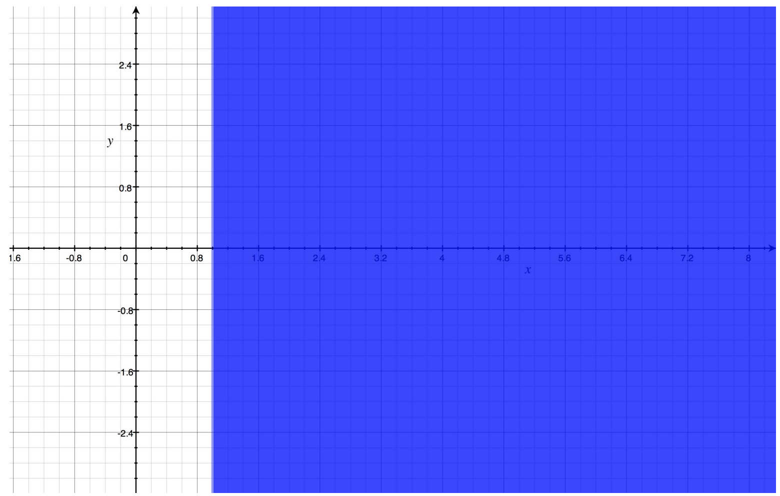


$$\{\ (x, y) \mid |x| < 1 \text{ かつ } |y| < y\ \}$$

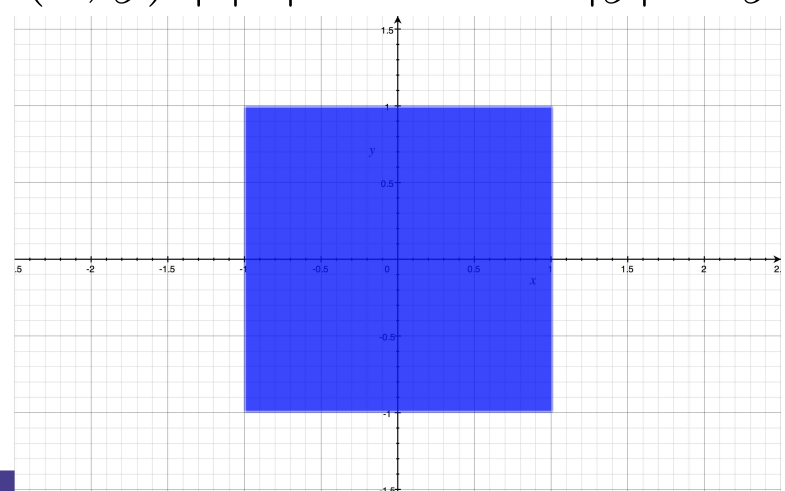
解析幾何学

領域

$$\{ (x, y) \mid 1 \leq x \}$$



$$\{ (x, y) \mid |x| < 1 \text{ かつ } |y| < y \}$$



レポート課題

教科書１０４、１０５ページ練習問題２４、２５、２６