

ゼータ関数と非可換性

九大・数理*

2026年10月2日-3日



* <https://www2.math.kyushu-u.ac.jp/hiroshima/zeta.html>

プログラム 10月2日

時間	講演者
9:30-10:10	池田 香凜
10:10-10:50	斎藤 新悟
10:50-11:10	休憩
11:10-11:50	Ade Irma Suriajaya
11:50-12:30	大野 泰生
12:30-14:00	昼休憩
14:00-14:40	藤吉 裕輔
14:40-15:20	田坂 浩二
15:20-15:40	休憩
15:40-16:20	廣島 文生
16:20-17:00	落合 啓之
17:00-17:40	若山 正人

プログラム 10月3日

時間	講演者
9:30-10:10	橋本 康史
10:10-10:50	小野塚 友一
10:50-11:10	休憩
11:10-11:50	中筋 麻貴
11:50-12:30	白井 朋之
12:30-14:00	昼休憩
14:00-14:40	前阪 拓巳
14:40-15:20	神本 丈
15:20-15:40	休憩
15:40-16:20	松坂 俊輝
16:20-17:00	権 寧魯

研究支援・助成

本研究会は科研費（基盤研究（A）25H00595、挑戦的研究（開拓）26K21807、代表者：廣島文生）の支援を受けています。





Ade Irma Suriajaya

リーマン予想なしでのリーマンゼータ関数の零点の対相関

Siegfred Alan C. Baluyot, Daniel Alan Goldston, Junghun Lee, Jordan Schettler, Caroline L. Turnage-Butterbaugh との最近の共同研究において、リーマン予想 (RH) を仮定せずに、リーマンゼータ関数の非自明な零点の対相関 (ペア・コリレーション) を研究した。このペア・コリレーション手法は 1973 年に H.L. Montgomery によって初めて提案されたもので、RH の仮定のもと、限定された範囲内で適切な F 関数の漸近公式 (Montgomery 定理) を証明した。残りの範囲における Montgomery の F 関数の挙動は完全に未知であるが、シンプルな漸近公式を満たすという予想が立てられており、これが正しいければ、リーマンゼータ関数の非自明な零点に関する有名な「Montgomery の対相関予想 (PCC)」が導かれる。

このテーマに関する一連の論文の中で、私たちは Montgomery のペア・コリレーション手法から RH の仮定を取り除き、従来知られていたものよりも弱い仮説のもとで、単純零点の割合に関する既知の結果を再現する方法を示した。さらに、RH を仮定しないことにより、私たちの手法は、検出された零点が「単純零点 (重根でない零点) であるだけでなく、臨界線 ($\text{Re}(s) = 1/2$) 上にも存在する」ことを示した。これはこの種の結果としては最初のものである。最近、私たちの弱い仮定が外せる結果も発表された。即ち、Montgomery のペア・コリレーション手法で RH を仮定せず、漸近的に 67.25% の零点が「単純零点である」かつ「リーマン予想を満たす」ことが示せる。

Montgomery の F 関数の漸近挙動に関して、Montgomery 定理ではなく、それ以降の範囲における情報を用いれば、上記の結果がさらに改良でき、PCC を仮定すれば漸近的に 100% の零点が「単純零点である」かつ「リーマン予想を満たす」ことが証明できる。このことは PCC に加えて、RH の仮定の下で 1978 年に P.X. Gallagher と J.H. Mueller に示されたが、RH の仮定の下では「リーマン予想を満たす」零点の割合が当然 100% である一方、私たちの手法で RH なし、つまり PCC のみで同様の結果が得られる。

本講演では、初等的でシンプルな議論を用いて、以上の結果を示すための主なアイデアを紹介する。



池田 香凜

Hurwitz-Lerch 型中央二項級数

中央二項級数とは、リーマンゼータ関数の級数表示における分母に中央二項係数を加えた形の級数である。この対象は、Apéry による $\zeta(3)$ の無理性の証明に関連して現れるなど、古くから興味深い研究対象となっている。本講演では、それを独自に Hurwitz 化した Hurwitz-Lerch 版中央二項級数を定義し、その特殊値に関する研究結果を紹介したい。本講演は角野裕太氏 (関西学院大学) との共同研究に基づく。



大野泰生

多重ゼータ値の関係式と母関数

多重ゼータ値の関係式族には母関数の議論で証明されたものも多い。以前の関係式から始めて、各々の母関数の構成と証明での用いられ方について辿る。



落合啓之

アルキメデス局所関数等式（仮）

多項式の複素冪のフーリエ変換に関する公式を局所関数等式と呼ぶ。これは、それらを適切に足し合わせて得られるゼータ関数が関数等式を満たすことの一つの理由を与える。本講演では、 $\mathbb{R}^n$ 上のある多項式族に対する局所関数等式を紹介する。



小野塚友一

On the uniform distribution modulo 1 of zeros of zeta functions

In this talk, we give four sufficient conditions for sequences of the form $(uf(x_n))$ to be uniformly distributed modulo 1. These conditions generalize Fujii's results for the imaginary parts of the non-trivial zeros of the Riemann zeta function. Our method uses only an asymptotic formula for the counting function. As applications, we consider the a -points of derivatives of the Riemann zeta function, the zeros of derivatives of Dirichlet L -functions, and the zeros of functions in the Selberg class. We also give an upper bound for the discrepancy by using the Erdős–Turán inequality.

This is joint work with Hideki Murahara.

■備考 arXiv:2510.07710v2



神本丈

局所ゼータ関数の解析接続について

局所ゼータ関数は、様々な研究分野に現れ、その解析接続の様子は非常に詳しく研究されてきた。この関数の解析接続に関する私と野瀬敏洋氏（福工大）と水野宏真氏（九産大）との今までの共同研究について概観する。



権 寧魯

Spectral zeta functions for algebraic number fields

We define several spectral zeta functions for a discrete group determined by the ring of algebraic integers in an algebraic number field. We also discuss special values and analytic properties of these spectral zeta functions.



齋藤新悟

多重調和和の線形独立性について

多重調和和の線形独立性の初等的な証明を紹介する．鹿児島大学の広瀬稔氏，北九州市立大学の村原英樹氏との共同研究である．



白井朋之

離散 Schrödinger 作用素の相対ゼータ関数と loop-soup

可算空間上の離散 Schrödinger 作用素に有限個の点で Dirichlet 条件を課すと，元の作用素と制限された作用素のスペクトルの差は，相対熱トレースや相対スペクトルゼータ関数を通して捉えることができる．本講演では，一般化されたスペクトルシフト関数を用いた相対ゼータ関数の解析接続や欠損集合を訪れる Markov ループの滞在時間の Mellin 変換としての表現などについて述べ，loop soup との関係なども議論する．



田坂浩二

Multivariable Apéry-type sequences associated to regular graphs and periods of modular forms

Apéry は漸化式の二解の比の極限（Apéry 極限）として $\zeta(3)$ を捉え，その無理性を証明した．本講演では Apéry 型数列の多変数化を導入し，Apéry 極限が超平面上の関数へと自然に拡張されることを紹介する．そのプロトタイプは，Panzer–Yeats のグラフ不変量から定まる数列であり，Feynman 積分に由来する数論的対象である．時間があれば，これら数列の補間関数の特殊値とモジュラー形式の Fourier 係数の合同式に由来する有限版との対応についても述べたい．本研究は，佐藤信夫氏（国立台湾大学）との共同研究である．



中筋麻貴

Laced 型 Schur 多重ゼータ関数の行列式表示

Schur 多重ゼータ関数は、多重ゼータ関数の組合せ論的拡張として導入され、組合せ論・解析数論の両方面から様々な性質が研究されている。その中でも、Jacobi-Trudi 型および Giambelli 型の行列式表示は、組合せ論的アプローチによって得られた Schur 多重ゼータ関数における重要な結果である。本講演では、Schur 多重ゼータ関数の一般化である Laced 型 Schur 多重ゼータ関数を紹介し、これらの行列式表示が自然に拡張されることを説明する。本研究は愛知工業大学の松本耕二氏との共同研究に基づく。



廣島文生

2p ラビ模型の臨界点における解析とスペクトルゼータ関数の漸近挙動

本講演は Benjamin Hinrichs との共同研究である。2p ラビ模型 H の臨界結合定数 $g = \pm 1/2$ におけるスペクトルの様相を明らかにする。その様相はパラメータ Δ の大きさに依存し、特に、負の固有値と連続スペクトルが現れる。一方、 $|g| < 1/2$ のとき、 H のスペクトルは純粹離散スペクトルである。この場合のスペクトルゼータ関数を考察し、適切なスケールリングのもとで $|g|$ が $1/2$ に近づくとき、スペクトルゼータ関数がリーマンゼータ関数に収束することを示す。証明には $\mathfrak{su}(1,1)$ のガウス分解および Z_4 対称性を用いる。



藤吉裕輔

Stieltjes 定数の有限類似について

金子、松坂、関は、環 $\mathcal{A}_1$ において、Euler 定数の 3 種類の有限類似を与えた。本研究では、これら 3 つの構成をそれぞれ Euler 定数から Stieltjes 定数へと拡張するとともに、環 $\mathcal{A}_m$ へ一般化した。さらに、これらの有限類似が m について射影系をなすことを示し、その射影極限として $\hat{\mathcal{A}}$ における有限類似を得た。また、彼らによって与えられた 3 種類の有限類似の間の関係式を $\mathcal{A}_m$ の場合へ拡張した。



前阪拓己

一致の定理を用いた q 超幾何級数の変換公式の証明

本講演では、 q 超幾何級数の終端する恒等式から、一致の定理を用いて非終端の変換公式を導く方法について紹介する。特に、Jackson の q 積分を用いて、離散的なパラメータの特殊化で成立する恒等式を一般の場合へ拡張する方法を説明する。また、その応用として、古典的な q 超幾何級数の和公式から得られるいくつかの変換公式について述べる。

■備考 <https://arxiv.org/abs/2609.00074>



松坂俊輝

金子 val 関数の分布

val 関数は、 j 関数の虚二次点における値の実二次類似として、金子 (2009) によって導入された。金子は数値実験に基づいて幾つかの予想を提出し、その大部分は、Bengoechea-Imamoglu と Herrero による 2018 年頃からの一連の研究によって解決されてきた。本講演では、残された課題の一つである val 関数の値の分布を決定した結果を紹介する。証明の鍵となるのは、Mayer の転送作用素から構成されるセルバーグ型ゼータ関数の解析的性質に基づく等分布定理である。さらにモジュラー流のエルゴード性と組み合わせることで val 分布が特定される。

■備考 <https://arxiv.org/abs/2609.00560>



若山正人

非可換調和振動子の ζ

非可換調和振動子のスペクトルゼータ関数の特殊値がもつモジュラー性について、いくつかの観点から紹介する。