

2020.05.12.

微分積分学・同演習 A (S1-1 クラス, 理学部物理学科向け)

担当: 原 隆 (数理学研究院): 伊都キャンパス W1 号館 C-601 号室,

phone: 092-802-4441, e-mail: hara@math.kyushu-u.ac.jp

Office hours: 当分, 遠隔授業なので, Moodle などを利用して質問を受けます. メールで直接質問もアリ.

遠隔授業で行います. 遠隔授業の行い方などについては, r-3 ページをご覧ください.

簡単な自己紹介:

大抵の数学の教員とは異なり, 大学時代の専門は物理 (学部, 大学院とも), 博士時代の専門は素粒子論. 学位取得後, 米国で3年半ほどポスドクと講師を経験 (Courant Institute of Mathematical Sciences と University of Texas, Austin. 最後の1年はフルで教えていた). 学位取得前後から数学的な研究をするようになったが, 今でも研究対象は, 物理と密接に関わりのある数学または物理学モデルの数学的な解析 (専門は数理物理学; 数理物理学者の中でもかなり物理寄り).

このようなわけで, 物理で必要となる数学的技能については, かなり正確に把握しているつもりです. そのため, (1) 物理を学んでいく上で必要な数学的技能を重要視する, (2) 不必要な厳密性は要求しない, ことを方針として進めます. ただし, 後述の「極限の厳密理論」については, 理論物理に進む人は知っておいた方が良いため, 少し触れます.

科目の概要: この講義は後期の「微分積分学・同演習 B」とあわせて完成し, 一年を通して『本格的な大学の微積分』を学ぶことを目的とする.

前期でキーとなる概念: (偏微分), 極限, 微分, テイラー展開, 積分, (ϵ - δ 論法とコーシー列)

後期でキーとなる概念: 偏微分, 重積分, (級数), (微分方程式)

より詳しくは「講義ノート」の最初に記述する.

内容予定: 進み方に応じて変化するだろうから, Moodle のこの科目のページをみてください.

教科書: 斎藤正彦「微分積分学」(東京図書). 一年生には難しく感じられる部分も多いかもしれませんが, 将来, 特に理論物理に進んだ人には頼りになる教科書です. なお, 講義は遠隔ということもあり, 原の作ったノート (Moodle に up) を用いて行います. 教科書はあくまで「参考」です.

参考書: 上の教科書が合わないという人には, 以下の本をお薦めします.

- 野村隆昭「微分積分学講義」(共立出版). 九大の数学科の先生が書いた本. 進んだ面白い話題も入っているが, 語り口は柔らかく, 読みやすい.
- 高木貞治「解析概論」(岩波). 難しすぎる, との意見もあるが, 不朽の名著だ. 超お奨め.
- 小平邦彦「解析入門 I, II」(岩波). 上の解析概論を少しとつきやすくした感じ. 激しくお奨め.
- 杉浦光夫「解析入門 1, 2」(東大出版会). かなり分厚いけど, その分, 記述は丁寧. お奨め.
- 僕の友達(田崎晴明さん)の書きかけの本「数学: 物理を学び楽しむために」. 激しく超お奨め!! 彼の web page (<http://www.gakushuin.ac.jp/~881791/mathbook/>) からダウンロードできる.

評価方法: 遠隔授業なので, 非常に苦慮しています.

数学の能力を測る最良の方法は「1人1時間以上の面接試験」, 次善の策は「通常の紙媒体による筆記試験」です. 面接試験は, 60人以上のクラスでは実質上不可能ですから, **本当は通常の筆記試験(期末試験)を行いたい**.

しかし現況では, 期末試験を行うことは, ほぼ不可能だろうと予想します. したがって, 大まかには, 以下のよう成績をつけます.

- もし, 筆記試験としての期末試験が行える状況になれば, 期末試験の結果を 50%程度, それ以外の「何か」を 50%程度, として成績をつける.

- 筆記試験としての期末試験が行えない場合は、期末試験以外の「何か」に基づいて成績をつける。
- 上の2項目での「何か」は、まだ決めていないが、おそらく、「ほぼ毎回出題予定の簡単なレポートの結果」になると思われる。であるから、毎回のレポートは指示通り提出すること。(初回は例外で、レポート出題はありません。)

身につけるべきこと：この講義で身につけるべき能力は、抽象的には、**講義中に出題する例題、レポート問題と同レベルの問題が解けること**である。具体的には**大体**、以下のようになる。

- 1変数関数の微分とその応用について、厳密性を少し犠牲にしても良いから、計算ができること(具体的には、**導関数の計算、関数の増減と極値問題、逆関数の計算、テイラー展開**など)。
- 1変数関数の積分とその応用(広義積分)についても、厳密性を少し犠牲にしても良いから、計算ができること。

また、もう少し上を目指す人に要求したいことは：

- ϵ - δ 論法の基礎を理解しており、非常に簡単な(講義中に示すような)例題が解けること。
- 実数と極限に関する基本的な概念(コーシー列など)を理解して使う事ができること

である。

レポート、宿題について：

ほぼ毎回、簡単なレポートや「お褒めの宿題問題」を出す予定である。これらの出題意図は「この程度できれば講義についていけるし、合格も可能だ」という目安を与えることと自学自習の引き金にすること、さらに最終評価に使うこと、である。

重要：レポートは友達(や先輩)と相談した結果を書いても良いが、誰と相談したかは明記すること。ただし、今学期は「相談」も対面は避けて、onlineで行うこと。

相談した人の名前を書いてもらうのは、「お世話になった文献、人にはきちんと感謝する」という、学問上の最低ルールを守ってもらうためである。なお、**お世話になった人の名前を書いてもレポートの成績が不利になることはない。**

演習書の奨め：

教科書の例題や節末問題、章末問題はできるだけやること。それでもわかった気がしなかったら、演習書(いわゆる問題集)をやることを勧めます。問題をやることによって、自分が曖昧にしかわかっていなかった部分がはっきりしてくることが多い。ただし、その際、**解答を鵜呑みにはせず、自分で納得するまで考えること。考えてもわからなかったら、友達や教官(僕を含む)に訊けばよい。**同じ理由で**問題の解答を頭から覚える愚だけは避ける事。**演習書はどれでも良いが、一応、目についたものを列挙すると：

- 三村征雄編「大学演習 微分積分学」(裳華房) — 僕はこれを使った。ちょっとムズイかもね。
- 蟹江、桑垣、笠原「演習詳説 微分積分学」(培風館) — なかなか良いが、はじめは難しく感じるかも。
- 杉浦ほか「解析演習」(東大出版会) — これもまあ、大変ではありますが、良い本。
- 鶴丸ほか「微分積分 — 解説と演習」(内田老鶴圃) — 一番「普通」かも。
- 飯高茂監修「微積分と集合 そのまま使える答えの書き方」(講談社サイエンティフィック) — 題名は変だけど、馬鹿にはできない、なかなかの本。流石は飯高さん監修だけあるな。案外、おすすめ。

これ以外にもいくらかでも出版されているから、図書館や本屋さんで自分にあった(読みやすい、やる気になる)ものを選べば良い。ただしその際、**解答や解説の詳しいもの**がよい。また、無理をして難しすぎるものを選ぶ必要はない。自分が簡単だと思うことでも、(人間はアホやから)わかってないことが一杯あり、むしろ簡単ところが盲点になって先に進めないのだ。簡単な演習書でもやれば、大きな効果があるはず。

なお、受験と違って死ぬほどの問題量をこなす必要はありません¹ — 自分が納得できるようにいくつか例題をやれば、弱いところだけたくさんやれば大抵は十分です。

¹最近では受験勉強に於ける問題量が絶対的に不足しているようにも思えるが...

遠隔講義について

COVID-19 の蔓延のため、当面は遠隔授業で行います。遠隔授業の行い方の概要は以下の通りですが、回を重ねるごとに、みなさんの要望なども入れて改良の可能性大。

- **原は**、毎回の講義時刻開始前までに、つまり毎週火曜の3限の前までに、この科目の資料「講義ノート」「問題など」の2種類を、**この科目の Moodle page に up** する。
- (大抵の場合) 上記資料に付随する音声解説ファイルも、おなじところに up する。
- **みなさんは**、毎週火曜の3限またはそれ以降に、上記の2つの資料(と付随する音声ファイル)を**ダウンロードして、資料を読んで勉強**する。(必ずしも授業時間内にアクセスしなくとも良いが、他の授業もあり、日々の学習が大事なので、できるだけその日のうちに学習すること。)
- **みなさんは**勉強した結果、「問題など」に書いてある**問題に答え、feedback**する(feedbackの期限などは「問題など」の資料に書く予定)。
- **原は**みなさんからの feedback を見て、翌週の授業時間までに**反応**する。少なくとも、問題の解答例を、「問題など」の資料に載せる予定。

もちろん、みなさんからの「質問」などは随時受け付ける。Moodle page に質問コーナーを設ける予定だが、メールでの直接質問でも良い。

今回、新型コロナのせいで、我々全員が初めての体験(遠隔授業)をすることになりました。大変ですが、**明らかな利点もあります**。「災い転じて福となす」の精神で奮闘していただければ幸いです。

- 個人的な体験から始めます。原は高校時代、物理を独学で勉強しました。詳しく書いてある参考書を2冊ほど購入し、教科書と一緒にゼロから読みました。初めは大変でしたが、何回も読んでいるうちに段々とわかるようになりました。特に2冊の参考書と教科書を交互に読むことにより、最終的には深い理解につながりました。
- そのうちに数学の方も自分で本が読めるようになっていくように気がつき、高2の途中からは数学もかなりの部分、独学になりました。
- このように、**自分で本を読んで勉強できる**ようになったことが、高校時代の最大の収穫です。特に、自分で主体的に勉強したことは、マスターまでには時間がかかりますが、**苦労した分だけ理解も深くなります**。すべては、とある事情のために、物理を独学で勉強せざるを得なくなった高2の春が出发点です。

さて、みなさんが今おかれている状況は、当時の僕と似ています。特に対面での授業ができないので、みなさんは web にある資料(やビデオ)を見て、それを理解するよう努めるしかありません。しかしこれは、**みなさんは自分の好きな時に、好きなペースで資料を読み込み、納得するまで勉強できる**という大きな利点につながります。

- 通常の対面講義では、講師の話や板書のスピードがある程度決まっています、それが自分と合わないことが多いですね。「こんなわかりきったこと何回も言わなくていいよ」とか「ここがわからないからもうちょっと詳しく」とか。また、講義中に浮かんだ疑問なども、後から後から新しい話があるため、忘れてしまいがちです。
- しかし、今回の対面授業(の原方式)では、このような問題は**ありません**。音声がついていても、好きな時に音声を止めたり、聞き返したりして、自分で考えることができます。資料も、一旦ダウンロードすれば、何回でも読み返せます。
- さらに、当時の僕と異なり、みなさんは僕に質問することができますし、ある程度の練習問題などで feedback もあります。

- このような状況を逆手にとって、「自分で主体的に学ぶ」習慣を身につけましょう！

というわけで、対面での授業がないからといって、悲観することはないのです。

大学も学年が進むにつれ、独学で学ぶべきことはどんどんと増えてきます。大学院に行って、研究を始めれば、大抵のことは**論文を自分で読んで自分で理解する**しかありません（もちろん、論文の著者に研究会などで質問はできますが）。今回の遠隔授業はその練習だと思って、最初はゆっくりでも、**自分で納得するまで理解する**ことを目標に、頑張っていたいただければ幸いです。

講義を少し離れて一般的な勉強法など

昨今の学生さんを見てみると、我々の頃とはかなり違っていると感じます。良い面も多々あり、素直に羨ましいと思う反面、足りないと思わされる面もあります。特に、「**学問に対する態度**」の面で昔と今ではかなりの差があるように思われます。態度（方法）が良くないといくら時間をかけても成果は望めず、努力が無駄になります。ですから学問に対する正しい態度を身につけるつもりで、以下に述べる事に気を配って勉強することを強く奨めます。

- まず、日々の講義などについて
 - **講義の復習**として、とにかく配られたプリント（web 配布の資料；以下同じ）、教科書の対応する場所を読み直すこと。
 - その際、教科書、プリントなどは少なくとも**3回は読む**こと、1回目に読んだ時はわからなくても、3回目には何となくわかってくることもある。何となくわかったらもう一回読む。わかるまで読む。
 - ただし、あまりに行き詰まったら、気分転換も兼ねて演習問題や演習書などをやる。特に教科書、プリントなどの**演習問題はとにかく自力でやってみる**こと。人間はみんな（もちろん僕も）アホだから、ある程度の訓練を通して慣れない限り、理解する事はほとんど不可能だ²。また具体的に手を動かすことで、「わかったつもりで全然わかってない」ことが見つかるかもしれない。だから問題を解く事が重要なのだ。演習書の例は前に掲げた。
- 数学（物理でも同じ；どの学問でも同じ）の学習で気をつけるべきこと。
 - 第一原則として、**納得するまで考えて理解する**ことを目指す。「納得できるまで考える」が要求されるところが大学と高校との一番の差だろう³。「考える」ことは「覚える」ことより百倍も大変だから、**自分を無理にでも追い込んで考えるように努力**しないと考える習慣は身に付かない。初めのうちはどういう状態が「納得している」のかすらわからないと思うが、とにかく納得を常に意識することが肝要（教科書やプリントを読む時に、**その内容を友達に説明できるか自分に問う**てみるのも一案）。
 - 新しい概念などがわからない時は、その概念の指す**具体例**（および、その概念には該当しない例）を思い浮かべよう。この具体例が思い浮かばない時はわかってないということです。友達や教官に質問しましょう。
 - ある概念を学んだら、その**意味は何か、なぜその概念を定義したいのか**をいつも考えよう。
 - 定義、定理などでは**反例**を常に思い浮かべるようにしよう。「定理のこの条件がなくなったらどこが困るのか」などを考えるとより身近に感じられるかもしれない。
- より一般の注意

²昨今、受験勉強の分量すら減っているのではないか（高校での計算練習が絶対的に不足しているのでは？）と思わされる事がある

³厳密なことをいえば、高校まででも納得できるまで考え抜くことが要求されてはいた。しかし、それが高校の段階で実現できている人はごく少数と思われる

- 一人で勉強してはすぐに行き詰まることも多い。可能ならば仲間を募って勉強会や輪読会（課題図書を一冊決め、毎回、担当者が担当部分を発表する）を行うのは非常に有効だ。ただし、今の時点では、対面での勉強会は、感染防止の観点から、絶対にやらないで！（やるなら online 輪読会をやろう）
- ここは大学で、これまでのように手取り足取りはしてくれない（少なくとも僕はしない）。ただし、どの教員も、みなさんが助けを求めれば（簡単な質問含む）、親切に答えてくれるはず。わからないことは積極的に質問などして、助けを求めよう。（あまり主語を大きくするのはいけないが、日本人は「もっと勉強してから質問」などとお行儀の良いことを言って、結局そのままになる傾向が強い。ずうずうしいアメリカ人をもっと見習うべきだ。）

このような状況ではありますが、日々、地道に努力を続けていただくことを期待します。