

2010.04.14.

数学 I (理系コア科目)

担当：原 隆 (数理学研究院)：伊都キャンパス数理研究教育棟 219 号室, phone: 092-802-4441,
e-mail: hara@math.kyushu-u.ac.jp, <http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~hara/lectures/lectures-j.html>

Office hours: 月曜の午後 5 時～6 時半頃, 僕のオフィスにて (ただし, その前のセミナーが長引いた場合には少し待って頂くことになります). なお講義終了後にも質問を受け付けますし, これ以外でもお互いの都合の良い時間にお相手します.

講義の概要：

確率と統計は我々を取り巻く自然・社会環境を理解する上で欠かせない武器であるとともに, 全ての人文・自然科学の基礎になるものである. しかし残念なことに, 現代日本においては, 確率・統計の基礎的なところでさえも広く理解されてはいないように思われる. 例えば, 「科学」を謳うテレビ番組においてさえ, 試行回数やサンプル数が少なすぎる「実験」が横行しているし, 新聞の広告欄には「個人の体験談」にのみ根拠を求めたような「健康法」「治療法」が多く見られる. また, 往々にして, ヒステリックなほどの「安全神話」が要求されることがあるが (例: 予防接種を行うべきか否か), この背景には「確率・統計」的なものの見方ができない — 予防接種の例で言えば, 予防接種を受けなかった場合に何が起るかを想像できない — ことがあると思われる.

これは, 高度に文明の発達した現代社会においては致命的な問題になりうる. 特に, この民主主義の世の中においては, 我々一人一人が冷静な政治的判断をすることが求められているが, そもそも, 我々が世の中の自然現象・社会現象を冷静に分析できなければ, 正しい判断を下しようもない. そのような間違っただけの判断のために我々の文明が減ぶのは, 勘弁してほしい.

このような現状を少しでも改善すべく, この講義では高校二年程度の数学の知識だけを仮定して, 確率論と統計学の基本的事項を講義する. 単なる理論だけではなく, 身の回りの現象の理解や解析に数学がどのように役立っているかも少しはわかるような講義をめざしたい. ただし, (1) 時間が一学期分しかない, (2) あまり細かいことをやりすぎると肝心の基本が抜ける, という理由により, バリバリの統計学の講義にするつもりはない.

講義の暫定的計画：

受講希望者の人数, レベルがわからないので, 詳細は決定できないが, おおまかに以下のような予定.

1. 確率の考え方の基礎
2. 確率論における極限定理
3. 上記極限定理に基づいて, 統計の考え方の基本
4. 検定と推定

評価方法： 受講者数などを見て判断する予定なので, 現時点では未定とせざるを得ません. ただし, いくら受講者数が多くとも, ある程度しっかりした数学の試験 (たんなるエッセイではなく, 「以下の確率を求めなさい」「以下の仮設が正しいかどうか, 検定しなさい」など) を期末試験として行う予定です. そのような数学の試験をちゃんと受ける覚悟のある方のみ, 受講することをお勧めします.

注意： この講義では天下りに「この場合はこのような統計の使い方をする」という説明はしません. その代わりに, 「このような理由があるから, このように考えるのが妥当である」という, 根本原理の部分の理解を目指します. 将来, 役に立つのは, 根本のところをどれだけ理解したか, ですから, ある意味, もどかしい感じがするかもしれませんが, このような根本からの理解に興味のない方にはお奨めしません.

一般的な注意： この大学では「GPA 制度」というものを導入しています. この制度では, 一旦「履修登録」した後「やっぱり履修をやめよう」と思った科目には, 新たに「取り消し」をする必要があります. («取り消し」をしなかった場合, その科目は零点とカウントされ, 成績の平均点が下がります.) ところが, この「取り消し」期間はかなり限定されたものになっています. 忘れないようにしてください.

この科目に関するお願い：世相の移り変わりは激しく、僕が学生だったときには想像すらできなかったことが大学で行われるようになりました。そのうちのいくつかは良いことですが、悪いこともあります。オヤジだとの批判は覚悟の上で、互いの利益のために、以下のルールを定めます。

- まず初めに、学生生活の最大の目的は勉強することであると確認する。
- 講義中の私語、ケータイの使用はつつしむ。途中入室もできるだけ避ける（どうしても必要な場合は周囲の邪魔にならないように）。これらはいずれも講義に参加している他の学生さんへの最低限のエチケットです。
- 僕の方では時間通りに講義をはじめ、時間通りに終わるよう心がける。
- 重要な連絡・資料の配付は原則として講義を通して行う（補助として僕のホームページも使う——アドレスは最初に載せた）。「講義に欠席したから知らなかった」などの苦情は一切、受け付けない。
- レポートを課した場合、その期限は厳密に取り扱う。
- E-mail による質問はいつでも受け付ける (hara@math.kyushu-u.ac.jp) ので積極的に利用するように。ただ、回答までには数日の余裕を見込んで下さい。

この講義で扱いたい問題の例（以下には取りつき易い、初歩の初歩のみ挙げました。）

問題 0. 4 枚のカードがあり、それぞれのカードの片方にはアルファベットが、片方には数字が書かれていることがわかっています。今、4 枚のカードが次のように机の上におかれています。

A
e
2
7

このとき、この 4 枚のカードについて、以下の仮説が成り立っているかどうかを確かめるためには、最小限、どのカード（複数枚かもしれませんが）を裏返してみれば良いですか？

（仮説）アルファベットの大文字が書いてあるカードの裏側の面の数字は偶数である。

問題 1. （病気の検査の問題）ある病気にかかっているかどうかを調べる検査があり、この検査の精度は 99% である。つまり、ある人が病気であるのに病気でないとして誤判断する（偽陰性）確率は 0.01、病気でないのに病気だと誤判断する（擬陽性）確率も 0.01 である。

一方、この病気は割合に稀なものであって、全人口のうち、0.01%（割合で言えば、0.0001）くらいの人がこの病気にかかっていることがわかっている。

さて、僕がこの検査を受けたところ、僕は陽性（病気だ！）と判断されてしまった。僕が本当に病気である確率はどれくらいと思ったら良いか？

問題 2. （正規分布）同じような人の集団に対する試験、テストなどの結果は往々にして「正規分布」とよばれる分布に近くなる — 試験の点数分布、学生の身長や体重の分布など。これは本当か？どのような時に、この「正規分布」を期待できるのか？正規分布を期待できる場合、その理由は何なのか？

問題 3. （コインはイカサマか？）今、手元にあったコインを 8 回投げたところ（コイントス）、8 回とも表が出た。このコインはイカサマ（表が出やすい）と判断すべきだろうか？