

数学展望 II (2001 年秋学期, 名大一年生向け) で考える問題の例

問 1. 表と裏が出る確率がそれぞれ $1/2$ の硬貨を何回も投げています. 今まで 10 回投げて, すべて表でした. 次 (11 回目) は裏の方が出やすいでしょうか?

問 2. この部屋に n 人の人がいます. この内, どの二人をとっても誕生日が同じでない確率はいくらでしょう? 特に, この「同じでない」確率が $1/2$ より大きくなるには n はどのくらい大きければ良いでしょう?(閏年に生まれた人は無いものとします.)

問 3. n 人の人が (1 つずつ) ケータイを持っています. これをみんな集めて, 完全に混ぜ, どれが誰のものか気にせずに配り直しました. このとき

1. 誰も自分のケータイを受け取れない確率は?
2. 丁度 k 人だけ, 自分のケータイを受け取る確率は?

問 4. 普段あまり起こらないこと (事故) が立て続けに起こると, 週刊誌などに「呪われた年だ!」と言うような記事が載ります. これについてはどう思いますか? 勿論, 犠牲になられた方には心からの哀悼の意を表しますが, ここで問題にしているのは「事故がまとまって起こる」のはそんなに不自然か, と言うことです.

問 5. 駅での行列の問題. 例えば, 駅の切符売り場を考えます (銀行のキャッシュコーナーでも良い). 窓口 (ATM) は 3 つで, この窓口に人がぼつぼつやって来て切符を買っていきます. このとき, お客さんを並ばせるのに以下のどちらが良い (お客さんの不満が少ない) でしょうか?

1. 各窓口の後ろに 1 つずつ, 合計 3 つの行列を作らせて, 並んだ窓口でしか受け付けない.
2. 長い行列を一つ作って, 3 つの窓口のうち開いたところへ一人ずつ送り込む.

問 6. ある病気をテストする血液検査を考えます. 大抵の血液検査には誤差がつきもので, このテストも

- 病気の人をテストすると 95% の確率で「病気だ」と正しく判定するが, 残りの 5% は見逃してしまう
- 健康な人をテストすると 99% の確率で「健康だ」と正しく判定するが, 残りの 1% では (健康なのに)「病気だ」と言ってしまう

となっています. さて, 独立な疫学的調査からこの町の人口の 0.5% の人が病気を持っているだろう事がわかっています. このとき, 僕のテスト結果は陽性でした. 僕が本当にこの病気にかかっている確率はいくらでしょうか?

問 7. 硬貨を投げ, 表なら +1 点, 裏なら -1 点もらえとします. N 回投げた時, 僕の点数はどんな感じで分布しているでしょうか?(大数の法則, 中心極限定理)

問 8. 酔っぱらったおじさんがふらふら歩いています. 彼は家にたどり着けるでしょうか?(ランダムウォーク)

上ではわざと問題を曖昧に書いた部分もあります. その曖昧な部分も含め, 問題をどのように定式化すれば数学になるか, その結果をどのように解釈して元々の問題の答を引き出すか, と言うことは決して自明ではありません. 講義ではこのような, 少し数学の外に出ている部分も含めて解説していこうと考えています.