

# 九大代数学セミナー

## ※「九大数理物理セミナー」との共同開催です

日時 2022年5月20日(金) 16:00-17:00

場所 九州大学伊都キャンパス ウエスト1号館5階 C-513 中講義室,  
および Zoom ミーティングによるオンライン開催

\* \* \*

講演者: 杉本 祥馬 氏 (九州大学)

### 題目 “多重 $W$ 代数について” (On the multiplet $W$ -algebras)

概要 頂点作用素代数 (VOA) は 1980 年代に 2 次元共形場理論の数学的定式化として導入され、様々な分野と関係する興味深い対象である。これまでは主に半単純な VOA が研究されてきたが、近年、高次元の場の理論や量子トポロジーの観点から、半単純ではない VOA (logVOA) の研究が注目を集めている。logVOA の主要な (そして、ほぼ唯一の) 既知の例として、(単純 Lie 代数  $\mathfrak{g}$  に付随する) 多重  $W$  代数と呼ばれる VOA が知られており、 $\mathfrak{g}$  が  $A_1$  型の場合にはよく研究されている。しかし、一般の  $\mathfrak{g}$  に付随する多重  $W$  代数は複雑な構造を持ち、従来の代数的手法が通用しないことから、研究成果は長年皆無であった。

本講演では、講演者による幾何学的アプローチを用いた多重  $W$  代数の様々な基本的な性質の証明と、今後の展望について話す。まず、多重  $W$  代数の代数的定義と幾何的定義を与え、それらが一致することを示す (Feigin-Tipunin 予想、2010)。これにより、幾何学における様々な強力な定理を、多重  $W$  代数の研究に使用することが可能になる。特に、多重  $W$  代数の既約表現の構成、 $G \times W_k(\mathfrak{g})$ -加群構造の決定、 $q$ -指標の計算などを、層コホモロジーの双対定理を用いて実行する。最後に、前述の結果と量子トポロジーの関係と、今後の展望について説明する。

Vertex operator algebra (VOA) was introduced in the 1980s as a mathematical formulation of two-dimensional conformal field theories and is an interesting subject that relates to various areas of mathematics. Until now, semisimple VOAs have been mainly studied, but recently, from the viewpoint of higher-dimensional quantum field theory and quantum topology, the study of non-semisimple VOAs (logVOAs) has attracted much attention. One of the main (and almost the only) known examples of logVOA is the multiple  $W$ -algebra (associated to a simple Lie algebra  $\mathfrak{g}$ ) which has been well studied when  $\mathfrak{g}$  is of type  $A_1$ . However, the multiple  $W$ -algebra associated to a general  $\mathfrak{g}$  has a complicated structure and conventional algebraic methods do not work, so there have been no results for many years.

In this talk, the speaker will prove various basic properties of multiple  $W$ -algebras using a geometric approach. First, we give the algebraic and geometric definitions of multiple  $W$ -algebras and show that they coincide (Feigin-Tipunin conjecture, 2010). This allows us to use various powerful theorems in geometry for the study of multiple  $W$ -algebras. In particular, by using a duality theorem, we construct irreducible modules, determine the  $G \times W_k(\mathfrak{g})$ -module structures, and compute the  $q$ -characters. Finally, we discuss the relationship between the aforementioned results and quantum topology, as well as future prospects.

\* \* \*

世話人: 小林 真一, Ade Irma Suriajaya, 松坂 俊輝, 佐藤 謙太 (九大数理)