

九大代数学セミナー

日時 2019年6月14日(金) 16:00-17:00

場所 九州大学伊都キャンパス ウエスト1号館5階 C-513 中講義室

* * *

講演者: 富安 亮子 氏 (九州大学)

題目 “2次形式論の数理結晶学への応用について”

(Application of arithmetic quadratic forms to mathematical crystallography)

概要 Kaplansky 予想は、3変数正定値二次形式の \mathbb{Z} 上表現の集合が完全に一致するならば、regular と呼ばれる 2次形式の定数倍になるか、または \mathbb{R}^2 でパラメトライズされる 2つの無限系列のいずれかに含まれる、というものである。この問題は、数論の 2次形式の分野で関心を持たれるものになっており、さらに、数理結晶学のデータ解析の問題にも関わる。これまでに徹底探索の結果から示唆される結果と、Kaplansky 予想の状況を含む、より一般的な状況で、二つの \mathbb{R} 係数 2次形式の \mathbb{Q} 上の表現が一致するならば、それらは互いの定数倍と同値になるという理論的な結果が得られている (<https://arxiv.org/abs/1703.08854>)。証明には Bhargava による 3変数 2次形式のペアと 4次環の対応関係を使用した。

上記は昨年から様々な場所で講演する機会があったので、今回は、代数・整数論の発展的応用につながる数理結晶学分野の問題として他にどのようなものがあるか、という点にも触れる。

The Kaplansky conjecture asks whether it is true that if two positive-definite real ternary quadratic forms have perfectly identical representations over \mathbb{Z} , they are constant multiples of some regular forms, or is included in either of two families parametrized by \mathbb{R}^2 . The result of our exhaustive search shows that some strong limitation is imposed to existence of such a pair, although a small number of non-regular forms is still contained in the obtained list of such quadratic forms. Motivated by the question why the other infinite families were not detected in the search, we prove that if two pairs of ternary quadratic forms have the identical simultaneous representations over \mathbb{Q} , their constant multiples are equivalent over \mathbb{Q} . In the proof, the parametrization of quartic rings and their resolvent rings by Bhargava is used to discuss pairs of ternary quadratic forms.

Since I have already presented the above result at several universities, I'll also explain about a few problems in mathematical crystallography that could expand the boundary of applied algebra and number theory.

* * *

世話人: 小林 真一, Ade Irma Suriajaya, 並川 健一 (九大数理)