

学籍番号

名前

2017年度幾何学II 小テスト第1回 (50分)

解答には教科書, ノートを参考にしてもよい. 解答は余白または裏面に記すこと. 解答以外の計算などを書いてよいが, どの部分が解答か明示すること.

問 1. 次のようにして \mathbb{R}^2 の通常の位相に関する相対位相をもつ位相空間 I^2 を定める.

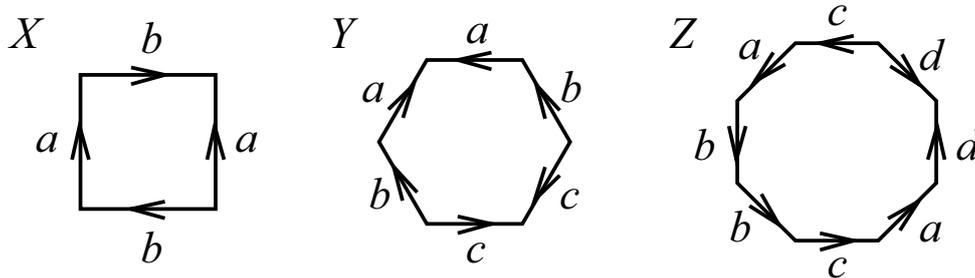
$$I^2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$$

- (1) $MB = I^2/\sim_1$ がメビウスの帯となるような同値関係 \sim_1 と, $P^2 = I^2/\sim_2$ が射影平面となるような同値関係 \sim_2 を与えよ.
- (2) 像との間の同相写像を与える連続写像 $f: MB \rightarrow P^2$ を与え, 実際そのようになっていることを証明せよ.

学籍番号

名前

問 2. 次の正多角形 X, Y, Z において, 各辺に与えられた記号と向きと長さを保つような同値関係 \sim を定める.



- (1) それぞれの商空間 $X/\sim, Y/\sim, Z/\sim$ は 2次元球面 S^2 , トーラス T^2 の i 個の連結和 $T(i)$, 射影平面 P^2 の j 個の連結和 $P(j)$ のいずれと同相になるか答えよ.
- (2) それぞれの商空間に対し, メビウスの帯と同相な部分集合が存在するならば商を取る前の正多角形においてそれをひとつ図示し, 存在しないならば「存在しない」と記せ.