## 小テスト No. 9　　　学籍番号と名前________________

駒を数直線上の原点におき，コインを投げて表が出れば 1 だけ正の向きに進み，裏が出れば 1 だけ負の方向に進むとする．2n 回コインを投げた時に駒が原点にある確率を $P(N)$ とする．

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{2N}\cdot P(N)$$

を求めよ．

[**解答**] 簡単な考察から

$$P(N) = 2^{-2N}\cdot\binom{2N}{N} = \frac{(2N)!}{2^{2N}\cdot N!\cdot N!}$$

ここで Stirling の公式 $n! \sim \sqrt{2n\pi}e^{-n}n^n$ を代入すれば

$$P(N) \sim \frac{1}{\sqrt{\pi N}}.$$

（ここで $\sim$ は両辺の比が $N\to\infty$ で 1 に収束することを意味する.）よって

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{2N}\cdot P(N) = \sqrt{2/\pi}$$