

次の値を求めよ .

$$\ln(1+i), \quad (1+i)^i$$

[解答] 定義から

$$\ln(1+i) = \ln|1+i| + i \cdot \arg(1+i) = \frac{1}{2} \log 2 + \frac{\pi}{4} \cdot i + 2\pi n \cdot i \quad (n \text{ は任意の整数})$$

また

$$\begin{aligned} (1+i)^i &= \exp(i \ln(1+i)) = \exp\left(\frac{i}{2} \log 2 - \frac{\pi}{4} - 2\pi n\right) \\ &= e^{-\pi/4 - 2\pi n} (\cos((\ln 2)/2) + i(\sin((\ln 2)/2))) \end{aligned}$$

ただし n は任意の整数 . 上で $\exp X$ は e^X を表す .