

複素平面の次の領域 D の関数 $f(z) = 1/z$ による像を求め, 図示せよ.

$$D = \{z \in \mathbb{C} \mid 1 < |z| < 2, \pi/3 < \text{Arg}(z) < \pi/2\}$$

[解答] $w = f(z)$ とおくと $zw = 1$ より $|z||w| = 1$ かつ $\arg(z) + \arg(w) = \pi$.
よって

$$f(D) = \{w \in \mathbb{C} \mid 1/2 < |w| < 1, -\pi/2 < \text{Arg}(w) < -\pi/3\}.$$