

次の関数が調和関数であるように定数  $a$  の値を定めよ．さらにその共役調和関数を求めよ．

$$u(x, y) = x^3 + axy^2.$$

[解答]  $u_{xx} = 6x$ ,  $u_{yy} = 2ax$  であるので, 調和関数であるためには  $a = -3$  が必要十分．このとき共役調和関数は

$$v(x, y) = 3x^2y - y^3 + \text{任意定数}.$$

これらは解析関数  $f(z) = z^3$  の実部と虚部になる．