

得点 [1]	得点 [2]	得点 [3]	得点 [4]	得点 [5]	得点 [6]	合計点	整理番号
--------	--------	--------	--------	--------	--------	-----	------

微分積分学 A : 中間試験

1 枚目 (4 枚あります)

2016 年 6 月 16 日出題 14:50~16:20

学生番号

氏名

- 問題 [1] の用語は次の通りとし、解答においてもそのように解釈して採点する。

狭義単調増加 : $x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$,
単調増加 : $x_1 < x_2 \implies f(x_1) \leq f(x_2)$

得点

[1] $f(x) := x - 1 + \text{Arcsin}\left(\frac{2}{\pi} \text{Arctan } x\right)$ について.

(1) $f(x)$ は \mathbb{R} 全体で狭義単調増加であることを示せ. 値域も求めよ. (10 点)

(2) (1) より $g(x) := f^{-1}(x)$ が定義できる. $a := f(1)$ を求め, $g'(a)$ を求めよ. (10 点)

得点

[2] $\alpha > 0$ は定数とする. このとき, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\alpha}{(\log \log x)^x}$ を求めよ. (15 点)

微分積分学 A：中間試験

2 枚目 (4 枚あります)

2016 年 6 月 16 日出題 14:50~16:20

氏名

[3] $\arctan 2 + \arctan 3$ を逆三角関数を用いずに表せ. (15 点)

得点

[4] $\sqrt[3]{4}$ が無理数であることを極限を利用して示せ. (15 点)

得点

微分積分学 A：中間試験

3 枚目 (4 枚あります)

2016 年 6 月 16 日出題 14:50~16:20

氏名

[5] 函数 $y = \text{Arctan } x$ について,

$$y^{(n)} = (n-1)! (\cos^n y) \sin\left(ny + \frac{n\pi}{2}\right) \quad (n = 1, 2, \dots)$$

となることを, 帰納法により示せ. (15 点)

得点

微分積分学 A：中間試験

4 枚目 (最後のページです)

2016 年 6 月 16 日出題 14:50~16:20

氏名

[6] 漸化式

$$a_1 = \sqrt{2}, \quad a_{n+1} := \sqrt{2}^{a_n} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

によって定まる数列 $\{a_n\}$ を考える.

(1) $\{a_n\}$ は狭義単調増加数列で, $a_n < 2$ ($\forall n$) をみたすことを示せ. (5 点)

(2) (1) を用いて, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ であることを示せ. (7 点)

(3) (2) とは別個に, 平均値の定理から導かれる不等式

$$|a_{n+1} - 2| \leq (\log 2) |a_n - 2| \quad (n = 1, 2, \dots)$$

を示すことによって, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ であることを示せ. (8 点)

得点