微分積分学 B：中 間 試 験

1 枚 目（**4** 枚あります）　　　　2012 年 12 月 7 日出題　10:30〜12:00

学生番号　　　　　　　　　　　　　氏名

---

[1] 函数 $f(x,y) := \arctan\dfrac{y}{x}$ のグラフ上の点 $\mathrm{P}\bigl(-1,1,f(-1,1)\bigr)$ における接平面の方程式を求めよ．（20 点）

[2] 函数 $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2+y^4} & \bigl((x,y) \neq (0,0)\bigr) \\ 0 & \bigl((x,y) = (0,0)\bigr) \end{cases}$ について，以下の問いに答えよ．

(1) 原点で連続かどうか調べよ．（10 点）

(2) 原点で偏微分可能かどうか調べよ．偏微分可能ならば，$f_x(0,0)$，$f_y(0,0)$ の値を求めよ．（10 点）

氏名

[**3**]　(1) 広義積分 $I := \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1-\cos x}{x^2}\,dx$ は収束することを示せ.　(10 点)

(2) $\sin x = (1-\cos x)'$ と見て部分積分を行うことにより，広義積分 $J := \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x}\,dx$ は収束して $J = I$ となることを示せ.　(10 点)

微分積分学 B： 中 間 試 験

3 枚 目（**4** 枚あります）　　2012 年 12 月 7 日出題　10:30〜12:00

氏名

[4] 2 変数函数 $f(x,y)$ は C^2 級とする．2 変数 u,v の函数 $g(u,v)$ を $g(u,v) := f(e^u\cos v,\, e^u\sin v)$ で定義するとき，$f_{xx}+f_{yy}=e^{-2u}(g_{uu}+g_{vv})$ となることを示せ．（20 点）

微分積分学 B： 中 間 試 験

4 枚 目（最後のページです）　　2012 年 12 月 7 日出題　10:30〜12:00

氏名

---

[5] $a_n := 2\sqrt{n} - \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}}$ $(n = 1, 2, \ldots)$ により数列 $\{a_n\}$ を定義する．$\{a_n\}$ は収束することを示せ．（20 点）