

授業科目	解析学 B1	試験日時	7月30日 13:00~15:00	担当教員	野村隆昭
------	--------	------	-------------------	------	------

[1] $|z| < 1$ のとき, 無限積 $\prod_{n=0}^{\infty} (1 + z^{2^n})$ は $\frac{1}{1-z}$ に広義一様収束することを示せ.

[2] n は自然数であるとする. 上半平面 $\text{Im } z > 0$ での留数を考えて, 次の公式を示せ:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{1+t^{2n}} = \frac{\pi}{n \sin \frac{\pi}{2n}}$$

次頁以降にも問題がある

学生番号		氏名		評点	
------	--	----	--	----	--

授業科目	解析学 B1	試験日時	7月30日 13:00~15:00	担当教員	野村隆昭
------	--------	------	-------------------	------	------

[3] $z = i$ で 1 位の極を持ち、留数が -1 、さらに $z = \infty$ と $z = -1$ に極を持ち、そこにおける主要部がそれぞれ $z^2 + z$, $-\frac{2}{(z+1)^2} + \frac{1}{z+1}$ であり、さらにこれら以外では正則で、しかも $f(0) = i$ となるような函数 $f(z)$ をすべて求めよ.

[4] 無限遠点での留数を考えて、次の積分を、(1) $C : |z| = 3$, (2) $C : |z| = \frac{3}{2}$ のときに計算せよ :

$$\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{dz}{(z-2)(z^{13}-1)}$$

次頁にも問題がある

学生番号		氏名		評点	
------	--	----	--	----	--

授業科目	解析学 B1	試験日時	7月30日 13:00~15:00	担当教員	野村隆昭
------	--------	------	-------------------	------	------

[5] 4次方程式 $z^4 + 4z + 4 = 0$ は各象限に1個ずつ解を持つことを示せ.
(Hint: 偏角の原理を用いて, 第1, 第2象限に1個ずつ解を持つことを示し, 次に実係数であることに注意する.)

[6] $D := \{z \in \mathbb{C}; 1 < |z| < 2\}$ で正則で, $e^{f(z)} = z$ ($\forall z \in D$) をみたす函数 $f(z)$ は存在しないことを示せ (説得力のある証明を書くこと).

学生番号		氏名		評点	
------	--	----	--	----	--