

# 微分積分学 A ・ 試験問題

(2004/07/26)

試験時間 150 分

(担当：野村隆昭)

- \* [1] ~ [5] のすべての問題に解答せよ.
  - \* 解答用紙は上から第  $n$  枚目に問題 [n] の解答を書くこと ( $n = 1, 2, 3, 4, 5$ ).
- 
- 

[1] 次の極限值を求めよ：

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{Arcsin} x)^{1/x}.$$

[2] 実数  $x$  が  $|x| < 1$  をみたすとき、次の等式を示せ：

$$\frac{\pi}{4} + \operatorname{Arctan} x = \operatorname{Arctan} \frac{1+x}{1-x}.$$

[3] 自然数  $n = 1, 2, \dots$  に対して、次の等式を示せ：

$$\frac{d^n}{dx^n} (x^{n-1} e^{1/x}) = (-1)^n \frac{e^{1/x}}{x^{n+1}}.$$

[4] 次の定積分を計算せよ：

$$\int_0^{\pi/2} \frac{x + \sin x}{1 + \cos x} dx.$$

[5] すべての実数  $x$  で定義された函数  $f(x)$  は常に正 ( $> 0$ ) で、 $C^1$  級であると仮定する. 各  $x \geq 0$  で  $|f'(x)| \leq f(x)$  をみたしているとき、 $f(x) \leq f(0)e^x$  が  $x \geq 0$  で成り立つことを示せ.

(ヒント：  $(\log f(x))' = f'(x)/f(x)$  に注意.)

以上