学籍番号	氏名

常微分方程式 演習 [2019年度後期 月曜1限]　第11回 (12/23(月))

(1) ラプラス変換 $\mathcal{L}[e^{\alpha t}]$, $\mathcal{L}[e^{-\alpha t}]$ (α : 定数) をそれぞれ求めよ。

(2) $\sinh(\alpha t) = \frac{1}{2}\left(e^{\alpha t} - e^{-\alpha t}\right)$ のラプラス変換 $\mathcal{L}[\sinh(\alpha t)]$ を求めよ。
(ヒント: $\mathcal{L}$ の線型性を使えば $\mathcal{L}[\sinh(\alpha t)] = \mathcal{L}[\frac{1}{2}\left(e^{\alpha t} - e^{-\alpha t}\right)] = \frac{1}{2}\left(\mathcal{L}[e^{\alpha t}] - \mathcal{L}[e^{-\alpha t}]\right)$ と分解できる)

(3) ラプラス変換 $\mathcal{L}[\sinh(\alpha t)]$ が存在する s の範囲を示せ。
(ヒント: 全ての $t \geq 0$ について $|\sinh(\alpha t)| = \left|\frac{1}{2}\left(e^{\alpha t} - e^{-\alpha t}\right)\right| \leq Me^{kt}$ を満たす定数 M, k が存在すれば、$\mathcal{L}[\sinh(\alpha t)]$ は $s > k$ の範囲で存在する。)

(4) ラプラス変換 $\mathcal{L}[e^{\beta t}\sinh(\alpha t)], \mathcal{L}[\theta(t-a)\sinh(\alpha(t-a))]$ ($a > 0, \alpha, \beta$: 定数) をそれぞれ求めよ。
ラプラス変換の第1・第2移動定理を用いてよい。