

社会と数理科学

第7回

新居 俊作

九州大学基幹教育

人口動態のシミュレーション

人口動態のシミュレーション

人口動態のシミュレーション

最も簡単なモデル

t 年に $N(t)$ 人だった人口が $t+1$ 年には出生と死亡により r 倍になるとすると

$$N(t+1) = rN(t) \quad (1)$$

となり、

$$N(t) = r^t N(0) \quad (2)$$

となる。よって $r > 1$ なら $N(t)$ は指数的 (ねずみ算式) に増加し $r < 1$ なら減少する。

ねずみ算

正月に1つがい(2匹)のネズミが子を雌雄6匹ずつ12匹産んで、2月にこの7つがいが各々雌雄12匹ずつ産んで98匹になって、と繰り返して行くと、12月には何匹になるか？(塵劫記)^a

^a(答) 276 億 8257 万 4402 匹

人口動態のシミュレーション

最も簡単なモデル

t 年に $N(t)$ 人だった人口が $t+1$ 年には出生と死亡により r 倍になるとすると

$$N(t+1) = rN(t) \quad (1)$$

となり、

$$N(t) = r^t N(0) \quad (2)$$

となる。よって $r > 1$ なら $N(t)$ は指数的 (ねずみ算式) に増加し $r < 1$ なら減少する。

ねずみ算

正月に1つがい(2匹)のネズミが子を雌雄6匹ずつ12匹産んで、2月にこの7つがいが各々雌雄12匹ずつ産んで98匹になって、と繰り返して行くと、12月には何匹になるか？(塵劫記)^a

^a(答) 276 億 8257 万 4402 匹

人口動態のシミュレーション

最も簡単なモデル

t 年に $N(t)$ 人だった人口が $t+1$ 年には出生と死亡により r 倍になるとすると

$$N(t+1) = rN(t) \quad (1)$$

となり、

$$N(t) = r^t N(0) \quad (2)$$

となる。よって $r > 1$ なら $N(t)$ は指数的 (ねずみ算式) に増加し $r < 1$ なら減少する。

ねずみ算

正月に1つがい(2匹)のネズミが子を雌雄6匹ずつ12匹産んで、2月にこの7つがいが各々雌雄12匹ずつ産んで98匹になって、と繰り返して行くと、12月には何匹になるか？(塵劫記)^a

^a(答) 276 億 8257 万 4402 匹

人口動態のシミュレーション

最も簡単なモデル

t 年に $N(t)$ 人だった人口が $t+1$ 年には出生と死亡により r 倍になるとすると

$$N(t+1) = rN(t) \quad (1)$$

となり、

$$N(t) = r^t N(0) \quad (2)$$

となる。よって $r > 1$ なら $N(t)$ は指数的 (ねずみ算式) に増加し $r < 1$ なら減少する。

ねずみ算

正月に1つがい(2匹)のネズミが子を雌雄6匹ずつ12匹産んで、2月にこの7つがいが各々雌雄12匹ずつ産んで98匹になって、と繰り返して行くと、12月には何匹になるか？(塵劫記)^a

^a(答) 276 億 8257 万 4402 匹

人口動態のシミュレーション

最も簡単なモデル

t 年に $N(t)$ 人だった人口が $t+1$ 年には出生と死亡により r 倍になるとすると

$$N(t+1) = rN(t) \quad (1)$$

となり、

$$N(t) = r^t N(0) \quad (2)$$

となる。よって $r > 1$ なら $N(t)$ は指数的 (ねずみ算式) に増加し $r < 1$ なら減少する。

ねずみ算

正月に1つがい(2匹)のネズミが子を雌雄6匹ずつ12匹産んで、2月にこの7つがいが各々雌雄12匹ずつ産んで98匹になって、と繰り返して行くと、12月には何匹になるか？(塵劫記)^a

^a(答) 276 億 8257 万 4402 匹

人口動態のシミュレーション

最も簡単なモデル

t 年に $N(t)$ 人だった人口が $t+1$ 年には出生と死亡により r 倍になるとすると

$$N(t+1) = rN(t) \quad (1)$$

となり、

$$N(t) = r^t N(0) \quad (2)$$

となる。よって $r > 1$ なら $N(t)$ は指数的 (ねずみ算式) に増加し $r < 1$ なら減少する。

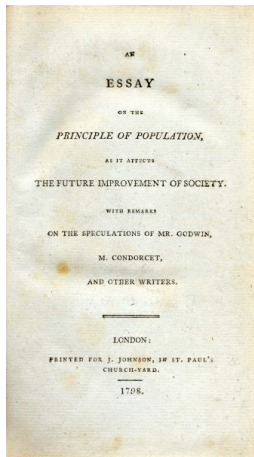
ねずみ算

正月に1つがい(2匹)のネズミが子を雌雄6匹ずつ12匹産んで、2月にこの7つがいが各々雌雄12匹ずつ産んで98匹になって、と繰り返して行くと、12月には何匹になるか？(塵劫記)^a

^a(答) 276 億 8257 万 4402 匹

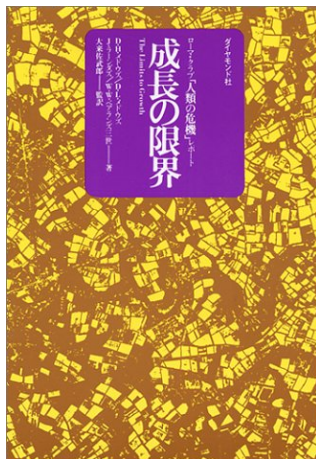
マルサス「人口論」1798年

人口は幾何級数 (等比数列) 的に増加するが、食料は算術級数 (等差数列) 的にしか増えないので、食料は必ず不足する。



ローマクラブ「成長の限界」1972年

人口増加や環境汚染などの現在の傾向が続けば、100年以内に地球上の成長は限界に達する。



実際の人口変化はもう少し複雑である：

→ 年齢構成、出産年齢を考えなくてはならない。

年代を 10 歳ごとに区切り、各年代から次の年代への生存率を s_k として次の**生存行列**を考える：

$$\begin{array}{c}
 \text{次} \\
 \text{の} \\
 \text{年} \\
 \text{代}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 0 \sim 9 \\
 10 \sim 19 \\
 20 \sim 29 \\
 \vdots \\
 90 \sim 99
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{現在の年代} \\
 0 \sim 9 \quad 10 \sim 19 \quad \dots \quad 90 \sim 99 \\
 \left(\begin{array}{ccccc}
 0 & 0 & \dots & 0 \\
 s_1 & 0 & & \vdots \\
 0 & s_2 & \ddots & \\
 \vdots & & \ddots & \ddots \\
 0 & \dots & 0 & s_9 & 0
 \end{array} \right) = S
 \end{array}$$

(話を単純にするために 100 歳以上は人数が少ないので無視する)

実際の人口変化はもう少し複雑である：

→ 年齢構成、出産年齢を考えなくてはならない。

年代を 10 歳ごとに区切り、各年代から次の年代への生存率を s_k として次の**生存行列**を考える：

$$\begin{array}{cc}
 & \text{現在の年代} \\
 & 0 \sim 9 \quad 10 \sim 19 \quad \dots \quad 90 \sim 99 \\
 \begin{array}{c} \text{次} \\ \text{の} \\ \text{年} \\ \text{代} \end{array} & \begin{array}{c} 0 \sim 9 \\ 10 \sim 19 \\ 20 \sim 29 \\ \vdots \\ 90 \sim 99 \end{array} \left(\begin{array}{ccccc} 0 & 0 & \dots & 0 \\ s_1 & 0 & & \vdots \\ 0 & s_2 & \ddots & \\ \vdots & & \ddots & \ddots \\ 0 & \dots & 0 & s_9 & 0 \end{array} \right) = S
 \end{array}$$

(話を単純にするために 100 歳以上は人数が少ないので無視する)

実際の人口変化はもう少し複雑である：

→ 年齢構成、出産年齢を考えなくてはならない。

年代を 10 歳ごとに区切り、各年代から次の年代への生存率を s_k として次の**生存行列**を考える：

$$\begin{array}{c}
 \text{現在の年代} \\
 \begin{array}{c}
 0 \sim 9 \quad 10 \sim 19 \quad \dots \quad 90 \sim 99 \\
 \begin{array}{c}
 \text{次} \quad 0 \sim 9 \\
 \text{の} \quad 10 \sim 19 \\
 \text{年} \quad 20 \sim 29 \\
 \text{代} \quad \vdots \\
 \quad 90 \sim 99
 \end{array}
 \end{array}
 \left(\begin{array}{ccccc}
 0 & 0 & \dots & 0 \\
 s_1 & 0 & & \vdots \\
 0 & s_2 & \ddots & \\
 \vdots & & \ddots & \ddots \\
 0 & \dots & 0 & s_9 & 0
 \end{array} \right) = S
 \end{array}$$

(話を単純にするために 100 歳以上は人数が少ないので無視する)

実際の人口変化はもう少し複雑である：

→ 年齢構成、出産年齢を考えなくてはならない。

年代を 10 歳ごとに区切り、各年代から次の年代への生存率を s_k として次の**生存行列**を考える：

$$\begin{array}{c}
 \text{現在の年代} \\
 \begin{array}{ccccc}
 & 0 \sim 9 & 10 \sim 19 & \dots & 90 \sim 99 \\
 \begin{array}{c}
 \text{次} \\
 \text{の} \\
 \text{年} \\
 \text{代}
 \end{array}
 & \begin{array}{c}
 0 \sim 9 \\
 10 \sim 19 \\
 20 \sim 29 \\
 \vdots \\
 90 \sim 99
 \end{array}
 & \left(\begin{array}{ccccc}
 0 & 0 & \dots & 0 \\
 s_1 & 0 & & \vdots \\
 0 & s_2 & \ddots & \\
 \vdots & & \ddots & \ddots \\
 0 & \dots & 0 & s_9 & 0
 \end{array} \right) & = S
 \end{array}
 \end{array}$$

(話を単純にするために 100 歳以上は人数が少ないので無視する)

実際の人口変化はもう少し複雑である：

→ 年齢構成、出産年齢を考えなくてはならない。

年代を 10 歳ごとに区切り、各年代から次の年代への生存率を s_k として次の**生存行列**を考える：

$$\begin{array}{c}
 \text{現在の年代} \\
 \begin{array}{ccccc}
 & 0 \sim 9 & 10 \sim 19 & \dots & 90 \sim 99 \\
 \begin{array}{c}
 \text{次} \\
 \text{の} \\
 \text{年} \\
 \text{代}
 \end{array}
 & \begin{array}{c}
 0 \sim 9 \\
 10 \sim 19 \\
 20 \sim 29 \\
 \vdots \\
 90 \sim 99
 \end{array}
 & \left(\begin{array}{ccccc}
 0 & 0 & \dots & 0 \\
 s_1 & 0 & & \vdots \\
 0 & s_2 & \ddots & \\
 \vdots & & \ddots & \ddots \\
 0 & \dots & 0 & s_9 & 0
 \end{array} \right) & = S
 \end{array}
 \end{array}$$

(話を単純にするために 100 歳以上は人数が少ないので無視する)

ある時点での各年代の人口を縦ベクトルで表す：

$$\mathbf{n}_0 = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_{10} \end{pmatrix} \quad (3)$$

この人達が10年後に何人生き残るか知りたければ $\mathbf{n}_0$ に S をかければ良い：

$$S\mathbf{n}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ s_1 n_1 \\ s_2 n_2 \\ \vdots \\ s_9 n_9 \end{pmatrix} \quad (4)$$

ある時点での各年代の人口を縦ベクトルで表す：

$$\mathbf{n}_0 = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_{10} \end{pmatrix} \quad (3)$$

この人達が10年後に何人生き残るか知りたければ $\mathbf{n}_0$ に S をかければ良い：

$$S\mathbf{n}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ s_1 n_1 \\ s_2 n_2 \\ \vdots \\ s_9 n_9 \end{pmatrix} \quad (4)$$

更に、新たに誕生する人数を b_0 として

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

とすると、10年後の人口構成は次のようになる：

$$\mathbf{n}_1 = \mathbf{b} + S\mathbf{n}_0 = \begin{pmatrix} b_0 \\ s_1 n_1 \\ s_2 n_2 \\ \vdots \\ s_9 n_9 \end{pmatrix} \quad (6)$$

(話を単純にするために移民の出入りは無いとする)

更に、新たに誕生する人数を b_0 として

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

とすると、10年後の人口構成は次のようになる：

$$\mathbf{n}_1 = \mathbf{b} + S\mathbf{n}_0 = \begin{pmatrix} b_0 \\ s_1 n_1 \\ s_2 n_2 \\ \vdots \\ s_9 n_9 \end{pmatrix} \quad (6)$$

(話を単純にするために移民の出入りは無いとする)

更に、新たに誕生する人数を b_0 として

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

とすると、10年後の人口構成は次のようになる：

$$\mathbf{n}_1 = \mathbf{b} + S\mathbf{n}_0 = \begin{pmatrix} b_0 \\ s_1 n_1 \\ s_2 n_2 \\ \vdots \\ s_9 n_9 \end{pmatrix} \quad (6)$$

(話を単純にするために移民の出入りは無いとする)

更に、新たに誕生する人数を b_0 として

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

とすると、10年後の人口構成は次のようになる：

$$\mathbf{n}_1 = \mathbf{b} + S\mathbf{n}_0 = \begin{pmatrix} b_0 \\ s_1 n_1 \\ s_2 n_2 \\ \vdots \\ s_9 n_9 \end{pmatrix} \quad (6)$$

(話を単純にするために移民の出入りは無いとする)

10 年間に生まれる人数が変化しないとすると 20 年後の人口構成は

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_2 &= \mathbf{b} + S\mathbf{n}_1 \\
 &= \mathbf{b} + S(\mathbf{b} + S\mathbf{n}_0) \\
 &= \mathbf{b} + S\mathbf{b} + S^2\mathbf{n}_0
 \end{aligned} \tag{7}$$

同様に考えると

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_t &= \mathbf{b} + S\mathbf{b} + S^2\mathbf{b} + \cdots + S^{t-1}\mathbf{b} + S^t\mathbf{n}_0 \\
 &= (I + S + S^2 + \cdots + S^{t-1})\mathbf{b} + S^t\mathbf{n}_0
 \end{aligned} \tag{8}$$

ここで $S^{10} = O$ なので、 $t \geq 10$ ならば

$$\mathbf{n}_t = (I + S + S^2 + \cdots + S^9)\mathbf{b} \tag{9}$$

よって S が分かれば、出生数 b_0 が長期的に変化しないときの人口構成が分かる。

10 年間に生まれる人数が変化しないとすると 20 年後の人口構成は

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_2 &= \mathbf{b} + S\mathbf{n}_1 \\
 &= \mathbf{b} + S(\mathbf{b} + S\mathbf{n}_0) \\
 &= \mathbf{b} + S\mathbf{b} + S^2\mathbf{n}_0
 \end{aligned} \tag{7}$$

同様に考えると

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_t &= \mathbf{b} + S\mathbf{b} + S^2\mathbf{b} + \cdots + S^{t-1}\mathbf{b} + S^t\mathbf{n}_0 \\
 &= (I + S + S^2 + \cdots + S^{t-1})\mathbf{b} + S^t\mathbf{n}_0
 \end{aligned} \tag{8}$$

ここで $S^{10} = O$ なので、 $t \geq 10$ ならば

$$\mathbf{n}_t = (I + S + S^2 + \cdots + S^9)\mathbf{b} \tag{9}$$

よって S が分かれば、出生数 b_0 が長期的に変化しないときの人口構成が分かる。

10 年間に生まれる人数が変化しないとすると 20 年後の人口構成は

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_2 &= \mathbf{b} + S\mathbf{n}_1 \\
 &= \mathbf{b} + S(\mathbf{b} + S\mathbf{n}_0) \\
 &= \mathbf{b} + S\mathbf{b} + S^2\mathbf{n}_0
 \end{aligned} \tag{7}$$

同様に考えると

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_t &= \mathbf{b} + S\mathbf{b} + S^2\mathbf{b} + \cdots + S^{t-1}\mathbf{b} + S^t\mathbf{n}_0 \\
 &= (I + S + S^2 + \cdots + S^{t-1})\mathbf{b} + S^t\mathbf{n}_0
 \end{aligned} \tag{8}$$

ここで $S^{10} = O$ なので、 $t \geq 10$ ならば

$$\mathbf{n}_t = (I + S + S^2 + \cdots + S^9)\mathbf{b} \tag{9}$$

よって S が分かれば、出生数 b_0 が長期的に変化しないときの人口構成が分かる。

10 年間に生まれる人数が変化しないとすると 20 年後の人口構成は

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_2 &= \mathbf{b} + S\mathbf{n}_1 \\
 &= \mathbf{b} + S(\mathbf{b} + S\mathbf{n}_0) \\
 &= \mathbf{b} + S\mathbf{b} + S^2\mathbf{n}_0
 \end{aligned} \tag{7}$$

同様に考えると

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_t &= \mathbf{b} + S\mathbf{b} + S^2\mathbf{b} + \cdots + S^{t-1}\mathbf{b} + S^t\mathbf{n}_0 \\
 &= (I + S + S^2 + \cdots + S^{t-1})\mathbf{b} + S^t\mathbf{n}_0
 \end{aligned} \tag{8}$$

ここで $S^{10} = O$ なので、 $t \geq 10$ ならば

$$\mathbf{n}_t = (I + S + S^2 + \cdots + S^9)\mathbf{b} \tag{9}$$

よって S が分かれば、出生数 b_0 が長期的に変化しないときの人口構成が分かる。

10 年間に生まれる人数が変化しないとすると 20 年後の人口構成は

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_2 &= \mathbf{b} + S\mathbf{n}_1 \\
 &= \mathbf{b} + S(\mathbf{b} + S\mathbf{n}_0) \\
 &= \mathbf{b} + S\mathbf{b} + S^2\mathbf{n}_0
 \end{aligned} \tag{7}$$

同様に考えると

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_t &= \mathbf{b} + S\mathbf{b} + S^2\mathbf{b} + \cdots + S^{t-1}\mathbf{b} + S^t\mathbf{n}_0 \\
 &= (I + S + S^2 + \cdots + S^{t-1})\mathbf{b} + S^t\mathbf{n}_0
 \end{aligned} \tag{8}$$

ここで $S^{10} = O$ なので、 $t \geq 10$ ならば

$$\mathbf{n}_t = (I + S + S^2 + \cdots + S^9)\mathbf{b} \tag{9}$$

よって S が分かれば、出生数 b_0 が長期的に変化しないときの人口構成が分かる。

10 年間に生まれる人数が変化しないとすると 20 年後の人口構成は

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_2 &= \mathbf{b} + S\mathbf{n}_1 \\
 &= \mathbf{b} + S(\mathbf{b} + S\mathbf{n}_0) \\
 &= \mathbf{b} + S\mathbf{b} + S^2\mathbf{n}_0
 \end{aligned} \tag{7}$$

同様に考えると

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_t &= \mathbf{b} + S\mathbf{b} + S^2\mathbf{b} + \cdots + S^{t-1}\mathbf{b} + S^t\mathbf{n}_0 \\
 &= (I + S + S^2 + \cdots + S^{t-1})\mathbf{b} + S^t\mathbf{n}_0
 \end{aligned} \tag{8}$$

ここで $S^{10} = O$ なので、 $t \geq 10$ ならば

$$\mathbf{n}_t = (I + S + S^2 + \cdots + S^9)\mathbf{b} \tag{9}$$

よって S が分かれば、出生数 b_0 が長期的に変化しないときの人口構成が分かる。

10 年間に生まれる人数が変化しないとすると 20 年後の人口構成は

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_2 &= \mathbf{b} + S\mathbf{n}_1 \\
 &= \mathbf{b} + S(\mathbf{b} + S\mathbf{n}_0) \\
 &= \mathbf{b} + S\mathbf{b} + S^2\mathbf{n}_0
 \end{aligned} \tag{7}$$

同様に考えると

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_t &= \mathbf{b} + S\mathbf{b} + S^2\mathbf{b} + \cdots + S^{t-1}\mathbf{b} + S^t\mathbf{n}_0 \\
 &= (I + S + S^2 + \cdots + S^{t-1})\mathbf{b} + S^t\mathbf{n}_0
 \end{aligned} \tag{8}$$

ここで $S^{10} = O$ なので、 $t \geq 10$ ならば

$$\mathbf{n}_t = (I + S + S^2 + \cdots + S^9)\mathbf{b} \tag{9}$$

よって S が分かれば、出生数 b_0 が長期的に変化しないときの人口構成が分かる。

10 年間に生まれる人数が変化しないとすると 20 年後の人口構成は

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_2 &= \mathbf{b} + S\mathbf{n}_1 \\
 &= \mathbf{b} + S(\mathbf{b} + S\mathbf{n}_0) \\
 &= \mathbf{b} + S\mathbf{b} + S^2\mathbf{n}_0
 \end{aligned} \tag{7}$$

同様に考えると

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_t &= \mathbf{b} + S\mathbf{b} + S^2\mathbf{b} + \cdots + S^{t-1}\mathbf{b} + S^t\mathbf{n}_0 \\
 &= (I + S + S^2 + \cdots + S^{t-1})\mathbf{b} + S^t\mathbf{n}_0
 \end{aligned} \tag{8}$$

ここで $S^{10} = O$ なので、 $t \geq 10$ ならば

$$\mathbf{n}_t = (I + S + S^2 + \cdots + S^9)\mathbf{b} \tag{9}$$

よって S が分かれば、出生数 b_0 が長期的に変化しないときの人口構成が分かる。

10 年間に生まれる人数が変化しないとすると 20 年後の人口構成は

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_2 &= \mathbf{b} + S\mathbf{n}_1 \\
 &= \mathbf{b} + S(\mathbf{b} + S\mathbf{n}_0) \\
 &= \mathbf{b} + S\mathbf{b} + S^2\mathbf{n}_0
 \end{aligned} \tag{7}$$

同様に考えると

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_t &= \mathbf{b} + S\mathbf{b} + S^2\mathbf{b} + \cdots + S^{t-1}\mathbf{b} + S^t\mathbf{n}_0 \\
 &= (I + S + S^2 + \cdots + S^{t-1})\mathbf{b} + S^t\mathbf{n}_0
 \end{aligned} \tag{8}$$

ここで $S^{10} = O$ なので、 $t \geq 10$ ならば

$$\mathbf{n}_t = (I + S + S^2 + \cdots + S^9)\mathbf{b} \tag{9}$$

よって S が分かれば、出生数 b_0 が長期的に変化しないときの人口構成が分かる。

出生数が一定ではない時

出生数が一定ではない時

この場合の出生数は次で決まると考える：

(人口当たりの平均出生数) $\times$ (人口)

生存行列に各年代の出生率 f_i を加えたものを**レスリー行列**とよぶ：

$$\begin{array}{c}
 \text{現在の年代} \\
 \begin{array}{ccccc}
 & 0 \sim 9 & 10 \sim 19 & \cdots & 90 \sim 99 \\
 \begin{array}{c} \text{次} \\ \text{の} \\ \text{年} \\ \text{代} \end{array} & \begin{array}{c} 0 \sim 9 \\ 10 \sim 19 \\ 20 \sim 29 \\ \vdots \\ 90 \sim 99 \end{array} & \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & \cdots & f_{10} \\ s_1 & 0 & & \vdots \\ 0 & s_2 & \ddots & \\ \vdots & & \ddots & \ddots \\ 0 & \cdots & 0 & s_9 & 0 \end{pmatrix} & = L
 \end{array}
 \end{array}$$

ある時点での人口構成が $\mathbf{n}_0$ ならば 10 年後の人口構成は

$$\mathbf{n}_1 = L\mathbf{n}_0 \quad (10)$$

同様に

$$\mathbf{n}_t = L^t \mathbf{n}_0 \quad (11)$$

出生数が一定ではない時

この場合の出生数は次で決まると考える：

(人口当たりの平均出生数) $\times$ (人口)

生存行列に各年代の出生率 f_i を加えたものを**レスリー行列**とよぶ：

$$\begin{array}{c}
 \text{現在の年代} \\
 \begin{array}{ccccc}
 & 0 \sim 9 & 10 \sim 19 & \cdots & 90 \sim 99 \\
 \begin{array}{c}
 \text{次} \\
 \text{の} \\
 \text{年} \\
 \text{代}
 \end{array}
 & \begin{array}{c}
 0 \sim 9 \\
 10 \sim 19 \\
 20 \sim 29 \\
 \vdots \\
 90 \sim 99
 \end{array}
 & \left(\begin{array}{ccccc}
 f_1 & f_2 & \cdots & f_{10} \\
 s_1 & 0 & & \vdots \\
 0 & s_2 & \ddots & \\
 \vdots & & \ddots & \ddots \\
 0 & \cdots & 0 & s_9 & 0
 \end{array} \right) & = L
 \end{array}
 \end{array}$$

ある時点での人口構成が $\mathbf{n}_0$ ならば 10 年後の人口構成は

$$\mathbf{n}_1 = L\mathbf{n}_0 \quad (10)$$

同様に

$$\mathbf{n}_t = L^t \mathbf{n}_0 \quad (11)$$

出生数が一定ではない時

この場合の出生数は次で決まると考える：

(人口当たりの平均出生数) $\times$ (人口)

生存行列に各年代の出生率 f_i を加えたものを**レスリー行列**とよぶ：

$$\begin{array}{c}
 \text{現在の年代} \\
 \begin{array}{c}
 \text{次} \\
 \text{の} \\
 \text{年} \\
 \text{代}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 0 \sim 9 \\
 10 \sim 19 \\
 20 \sim 29 \\
 \vdots \\
 90 \sim 99
 \end{array}
 \begin{pmatrix}
 & 0 \sim 9 & 10 \sim 19 & \cdots & 90 \sim 99 \\
 \begin{array}{c}
 f_1 \\
 s_1 \\
 0 \\
 \vdots \\
 0
 \end{array}
 &
 \begin{array}{c}
 f_2 \\
 0 \\
 s_2 \\
 \vdots \\
 \cdots
 \end{array}
 &
 \begin{array}{c}
 \cdots \\
 \vdots \\
 \ddots \\
 \ddots \\
 0
 \end{array}
 &
 \begin{array}{c}
 f_{10} \\
 \vdots \\
 \\
 \ddots \\
 s_9 \\
 0
 \end{array}
 \end{pmatrix}
 = L
 \end{array}$$

ある時点での人口構成が $\mathbf{n}_0$ ならば 10 年後の人口構成は

$$\mathbf{n}_1 = L\mathbf{n}_0 \quad (10)$$

同様に

$$\mathbf{n}_t = L^t \mathbf{n}_0 \quad (11)$$

出生数が一定ではない時

この場合の出生数は次で決まると考える：

(人口当たりの平均出生数) $\times$ (人口)

生存行列に各年代の出生率 f_i を加えたものを**レスリー行列**とよぶ：

$$\begin{array}{c}
 \text{現在の年代} \\
 \begin{array}{c}
 \text{次} \\
 \text{の} \\
 \text{年} \\
 \text{代}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 0 \sim 9 \\
 10 \sim 19 \\
 20 \sim 29 \\
 \vdots \\
 90 \sim 99
 \end{array}
 \begin{pmatrix}
 f_1 & f_2 & \cdots & f_{10} \\
 s_1 & 0 & & \vdots \\
 0 & s_2 & \ddots & \\
 \vdots & & \ddots & \ddots \\
 0 & \cdots & 0 & s_9 & 0
 \end{pmatrix}
 = L
 \end{array}$$

ある時点での人口構成が $\mathbf{n}_0$ ならば 10 年後の人口構成は

$$\mathbf{n}_1 = L\mathbf{n}_0 \quad (10)$$

同様に

$$\mathbf{n}_t = L^t \mathbf{n}_0 \quad (11)$$

通常人口政策は出生率 f_i を変化させることで行うが、それ
で変化するのとは新たな出生数のみ。

→ 既に生まれてしまっている人の数は、生存行列に従って確
実に次の年代に引き継がれる。

通常人口政策は出生率 f_i を変化させることで行うが、それ
で変化するのとは新たな出生数のみ。

→ 既に生まれてしまっている人の数は、生存行列に従って確
実に次の年代に引き継がれる。

中国の人口政策『一人っ子政策』

人口急増に悩まされていた中国での強力な人口抑制策：

1978 年～： 一人しか子供を持たないと約束する夫婦に報奨金
三人以上の子供を持つ夫婦に罰金
二人の子供を持つ夫婦に罰金

この政策の結果急速な高齢化社会の到来

政策転換

中国の人口政策『一人っ子政策』

人口急増に悩まされていた中国での強力な人口抑制策：

1978 年～： 一人しか子供を持たないと約束する夫婦に報奨金
三人以上の子供を持つ夫婦に罰金

1981 年～： 二人の子供を持つ夫婦に罰金

この政策の結果急速な高齢化社会の到来

政策転換

中国の人口政策『一人っ子政策』

人口急増に悩まされていた中国での強力な人口抑制策：

1978 年～： 一人しか子供を持たないと約束する夫婦に報奨金
三人以上の子供を持つ夫婦に罰金

1981 年～： 二人の子供を持つ夫婦に罰金

この政策の結果急速な高齢化社会の到来

- 2012 年から労働人口減少

政策転換

中国の人口政策『一人っ子政策』

人口急増に悩まされていた中国での強力な人口抑制策：

1978 年～： 一人しか子供を持たないと約束する夫婦に報奨金
三人以上の子供を持つ夫婦に罰金

1981 年～： 二人の子供を持つ夫婦に罰金

この政策の結果急速な高齢化社会の到来

- 2012 年から労働人口減少
- 2050 年には 60 歳以上が 35%との予測

政策転換

中国の人口政策『一人っ子政策』

人口急増に悩まされていた中国での強力な人口抑制策：

1978 年～： 一人しか子供を持たないと約束する夫婦に報奨金
三人以上の子供を持つ夫婦に罰金

1981 年～： 二人の子供を持つ夫婦に罰金

この政策の結果急速な高齢化社会の到来

- 2012 年から労働人口減少
- 2050 年には 60 歳以上が 35%との予測

政策転換

2013 年～： 夫婦のどちらか一方が一人っ子ならば二人の子供
を持つことができる

中国の人口政策『一人っ子政策』

人口急増に悩まされていた中国での強力な人口抑制策：

1978 年～： 一人しか子供を持たないと約束する夫婦に報奨金
三人以上の子供を持つ夫婦に罰金

1981 年～： 二人の子供を持つ夫婦に罰金

この政策の結果急速な高齢化社会の到来

- 2012 年から労働人口減少
- 2050 年には 60 歳以上が 35%との予測

政策転換

2013 年～： 夫婦のどちらか一方が一人っ子ならば二人の子供
を持つことができる

2015 年～： 全ての夫婦に二人の子供を持つことを認める

中国の人口政策『一人っ子政策』

人口急増に悩まされていた中国での強力な人口抑制策：

1978 年～： 一人しか子供を持たないと約束する夫婦に報奨金
三人以上の子供を持つ夫婦に罰金

1981 年～： 二人の子供を持つ夫婦に罰金

この政策の結果急速な高齢化社会の到来

- 2012 年から労働人口減少
- 2050 年には 60 歳以上が 35%との予測

政策転換

2013 年～： 夫婦のどちらか一方が一人っ子ならば二人の子供
を持つことができる

2015 年～： 全ての夫婦に二人の子供を持つことを認める

中国の人口政策『一人っ子政策』

人口急増に悩まされていた中国での強力な人口抑制策：

1978 年～： 一人しか子供を持たないと約束する夫婦に報奨金
三人以上の子供を持つ夫婦に罰金

1981 年～： 二人の子供を持つ夫婦に罰金

この政策の結果急速な高齢化社会の到来

- 2012 年から労働人口減少
- 2050 年には 60 歳以上が 35%との予測

政策転換

2013 年～： 夫婦のどちらか一方が一人っ子ならば二人の子供を持つことができる

2015 年～： 全ての夫婦に二人の子供を持つことを認める

中国の人口政策『一人っ子政策』

人口急増に悩まされていた中国での強力な人口抑制策：

1978 年～： 一人しか子供を持たないと約束する夫婦に報奨金
三人以上の子供を持つ夫婦に罰金

1981 年～： 二人の子供を持つ夫婦に罰金

この政策の結果急速な高齢化社会の到来

- 2012 年から労働人口減少
- 2050 年には 60 歳以上が 35%との予測

政策転換

2013 年～： 夫婦のどちらか一方が一人っ子ならば二人の子供を持つことができる

2015 年～： 全ての夫婦に二人の子供を持つことを認める

中国の人口政策『一人っ子政策』

人口急増に悩まされていた中国での強力な人口抑制策：

1978 年～： 一人しか子供を持たないと約束する夫婦に報奨金
三人以上の子供を持つ夫婦に罰金

1981 年～： 二人の子供を持つ夫婦に罰金

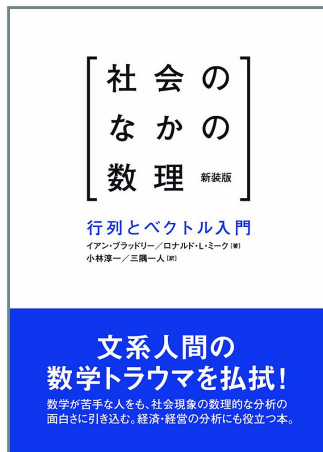
この政策の結果急速な高齢化社会の到来

- 2012 年から労働人口減少
- 2050 年には 60 歳以上が 35%との予測

政策転換

2013 年～： 夫婦のどちらか一方が一人っ子ならば二人の子供を持つことができる

2015 年～： 全ての夫婦に二人の子供を持つことを認める



イアン・ブラッドリー、ロナルド・L・ミーク著 小林淳一、三隅一人訳
「社会の中の数理」九州大学出版会 2014 年

174～191 ページで 1982 年のデータに基づいて複数のケースについての
シミュレーションが行われている

「一人っ子政策」「一人っ子どうしの夫婦ならば二人」の場合
 1992 年時点と 2002 年時点の推計のためのレスリー行列の第一行

$$(0 \quad 0.28 \quad 0.22 \quad 0 \quad \cdots \quad 0)$$

2012 年時点の推計のためのレスリー行列の第一行

$$(0 \quad 0.41 \quad 0.22 \quad 0 \quad \cdots \quad 0)$$

2022 年時点以降の推計のためのレスリー行列の第一行

$$(0 \quad 0.41 \quad 0.59 \quad 0 \quad \cdots \quad 0)$$

総人口の推移

年代	1982	1992	2002	2012	2022	2032	2042	2052
人口	1008	1067	1108	1102	1092	1045	961	867

単位：100 万人

「一人っ子政策」「一人っ子どうしの夫婦ならば二人」の場合
1992年時点と2002年時点の推計のためのレスリー行列の第一行

$$(0 \quad 0.28 \quad 0.22 \quad 0 \quad \cdots \quad 0)$$

2012年時点の推計のためのレスリー行列の第一行

$$(0 \quad 0.41 \quad 0.22 \quad 0 \quad \cdots \quad 0)$$

2022年時点以降の推計のためのレスリー行列の第一行

$$(0 \quad 0.41 \quad 0.59 \quad 0 \quad \cdots \quad 0)$$

総人口の推移

年代	1982	1992	2002	2012	2022	2032	2042	2052
人口	1008	1067	1108	1102	1092	1045	961	867

単位：100万人

「一人っ子政策」「一人っ子どうしの夫婦ならば二人」の場合
1992 年時点と 2002 年時点の推計のためのレスリー行列の第一行

$$(0 \quad 0.28 \quad 0.22 \quad 0 \quad \cdots \quad 0)$$

2012 年時点の推計のためのレスリー行列の第一行

$$(0 \quad 0.41 \quad 0.22 \quad 0 \quad \cdots \quad 0)$$

2022 年時点以降の推計のためのレスリー行列の第一行

$$(0 \quad 0.41 \quad 0.59 \quad 0 \quad \cdots \quad 0)$$

総人口の推移

年代	1982	1992	2002	2012	2022	2032	2042	2052
人口	1008	1067	1108	1102	1092	1045	961	867

単位：100 万人

「一人っ子政策」「一人っ子どうしの夫婦ならば二人」の場合
1992 年時点と 2002 年時点の推計のためのレスリー行列の第一行

$$(0 \quad 0.28 \quad 0.22 \quad 0 \quad \cdots \quad 0)$$

2012 年時点の推計のためのレスリー行列の第一行

$$(0 \quad 0.41 \quad 0.22 \quad 0 \quad \cdots \quad 0)$$

2022 年時点以降の推計のためのレスリー行列の第一行

$$(0 \quad 0.41 \quad 0.59 \quad 0 \quad \cdots \quad 0)$$

総人口の推移

年代	1982	1992	2002	2012	2022	2032	2042	2052
人口	1008	1067	1108	1102	1092	1045	961	867

単位：100 万人

「一人っ子政策」「一人っ子どうしの夫婦ならば二人」の場合
1992 年時点と 2002 年時点の推計のためのレスリー行列の第一行

$$(0 \quad 0.28 \quad 0.22 \quad 0 \quad \cdots \quad 0)$$

2012 年時点の推計のためのレスリー行列の第一行

$$(0 \quad 0.41 \quad 0.22 \quad 0 \quad \cdots \quad 0)$$

2022 年時点以降の推計のためのレスリー行列の第一行

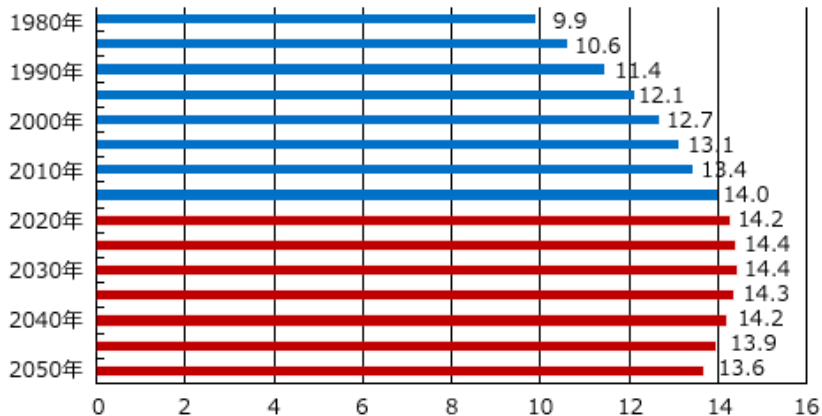
$$(0 \quad 0.41 \quad 0.59 \quad 0 \quad \cdots \quad 0)$$

総人口の推移

年代	1982	1992	2002	2012	2022	2032	2042	2052
人口	1008	1067	1108	1102	1092	1045	961	867

単位：100 万人

中国の人口推移と将来予測（億人）



日本と世界の統計データ

https://toukeidata.com/country/china_jinkou.html

より