

# PCR検査陽性の時に感染している確率

新居俊作 (九州大学数理学研究院)

2020年4月10日

コロナウイルスに感染しているかどうかを判定するためには現在PCR検査が行われていますが、どのような検査も100%正確に判定できるわけではありません。それで陽性だった人の中に時に本当に感染しているはどの程度いて、実は感染しているのにPCR検査は陰性になってしまっている人がどの程度かを考えます。その結果次のことがわかります：

- 感染者が検査数に比して非常に少ない状態で検査をすると、陽性者の中に大勢の偽陽性(感染していないのに間違って陽性と判定される)者が含まれることになる。

従って、医療資源に十分な余裕がない状況では、事前に医師等の判断によって感染の疑いが高くPCR検査が必要である事例かどうかを判定して、検査は必要な場合に限るべきであると思われれます。

最初に便宜のために、本文で用いている記号の意味をメモとしてまとめておきます。

$N$ ：一日の全体の検査数。

$n$ ：上記  $N$  のうち、コロナウイルスに感染している人数。

$x$ ：検査の結果陽性となった人数。

$p$ ：感染者を検査した場合に陽性と判定する確率 (感度)。

$q$ ：非感染者を検査した場合に陰性と判定する確率 (特異度)。

コロナウイルスの感染を判定するす PCR 検査の精度は次の様に推定されている様です：

**感度**：感染者を検査して陽性と判定する確率：PCR 検査では 70%。

**特異度**：非感染者を検査して陰性と判定する確率：PCR 検査では 99%

感度が低いのが気になりますが、これは技術的にしょうがないのかもしれない。現場での運用では、胸部 X 線撮影を併用して肺炎を起こしていないか検査する、或は、感染が疑わしい場合には陰性であっても、数日おいてから再検査する、等埋め合わせるための措置は取られているようです。

さて、この精度の下で実際に検査をすると、どの程度正確 ( or 不正確) な判定をするか計算してみます。

以下では、コロナウイルスの PCR 検査によらず一般的な公式を導くために、感度を  $p$ 、特異度を  $q$  と書きます。そして、一日の検査対象を  $N$ 、そのうち感染している人数を  $n$  とします。

その上で、検査結果が陽性であった人数が  $x$  であるとします。これはどの様な数か考えましょう。

先ず、感染者数  $n$  のうち、検査で陽性となる人数は

$$pn \tag{1}$$

です。

それに対して、感染していない人数は  $N - n$  で、感染していないのに陽性となる確率は  $1 - q$  なので、感染していないのに陽性となる人数は次で求められます：

$$(1 - q)(N - n) \tag{2}$$

これを足し合わせて

$$x = pn + (1 - q)(N - n) = (p + q - 1)n + (1 - q)N \tag{3}$$

が成り立ちます。

これを  $n$  について解くと：

$$n = \frac{x - (1 - q)N}{p + q - 1} \tag{4}$$

これから、**感染しているのに陰性と判定されてしまう (偽陰性と言います)** 人数は：

$$(1 - p)n = (1 - p) \frac{x - (1 - q)N}{p + q - 1} \tag{5}$$

となり、感染していないのに陽性と判定されてしまう(偽陽性と言います)人数は：

$$(1-q)(N-n) = (1-q) \left( N - \frac{x - (1-q)N}{p+q-1} \right) = (1-q) \frac{pN-x}{p+q-1} \quad (6)$$

となります。

以上を実際のデータについて計算してみましょう。

厚生労働省の Webpage によると、5月8日時点で一日に全国で5000人程度の PCR 検査が行われている様です。そのうち約500人の感染が判明しています。(厚生労働省の Webpage では、単に PCR 検査が陽性だった数なのか、他の診察結果と組み合わせた確定診断なのか曖昧ですが、ここでは仮に PCR 検査陽性数だと計算します。)

すると、感染者数 652、偽陽性 43、偽陰性 196 となります。(端数を四捨五入しているの合計は合いません。)

感度が低いことからどうしても偽陰性が多くなってしまうことは問題ですが、特異度が高いおかげで偽陽性は少なく、無駄に医療資源を使ってはいません。

一日の PCR 検査数  $N$  を韓国並みの2万件に引き上げるとどうなるでしょうか？

単純比較の為に感染者数  $n$  は同じ 652 とします。すると (3) により、陽性となる人数  $x$  は 649 と 149 も増えます。そのうち 193 は偽陽性です。この人達を全員隔離入院させれば、649 人中 193 人、つまり 29% は無駄な入院で医療資源にそれだけ余分な負担がかかります。なので、その分医療資源を増やす必要があります。

もし仮に検査数だけ極端に増強し、発熱、咳等の症状も無く、周辺に感染者が居る訳でもないのに、単に安心のためだけに多くの人が検査に押しかけ、検査が行われる様になるのでしょうか？

仮に検査数  $N$  を 10 万に引き上げたとします。すると感染者数  $n$  が 652 のままでも、陽性となる人数  $x$  は 1645 に膨れ上がり、そのうち実に 993 が偽陽性、すなわち、感染していないにも関わらず陽性と判定される人数です。よって陽性と判定された人達を全員入院させると、実にその 60% が無駄な入院となり、医療資源の無駄遣いになります。