

空間的に非一様な量子ウォークの諸性質

今野 紀雄 (横浜国立大学)

ランダムウォークの量子版である量子ウォーク (quantum walk) は、量子コンピュータの研究周辺より、2001 年の Ambainis et al. の論文 [1] によって、その数理的研究が始まったと言ってよいだろう。現在では理論的な側面だけでなく、量子ウォークの実現方法の様々な提案 ([4]) や応用、例えば、強相関電子系 ([24])、トポロジカル絶縁体 ([11, 23])、放射性廃棄物低減 ([10, 21, 22]) などにも精力的に研究されている。

本講演では、場所に依存する量子コインにより定義される量子ウォークの性質について考える。場所に依存しない場合には、すでに多くの知見が蓄積されているが、依存する場合の性質についての詳細は知られていない。実際、場所に依存するモデルを数学的に解析することは一般に非常に難しい。しかし、1 次元格子上で量子コインを一カ所だけ変えた“一欠陥モデル (one defect model)”でも局在化が起こりえることが、はじめて 2010 年に Konno [14] によって示された。このことは粗く言うと、ランダムな環境下で局在化が起こりうるアンダーソン局在とは対極をなすので興味深い。この研究の後、一欠陥モデルに関する研究が様々な研究者により始まった。従って、今回の講演では、一欠陥モデルを主に、その時間平均極限測度、弱収束極限測度、定常測度などの関係について、線型の拡散、局在化の性質も考慮しつつ議論したい。そのことは、古典系のマルコフ過程理論に対応する、量子ウォークにもとづく量子系の理論を構築する足掛かりになると考えられる。関連する論文として、[2, 5, 6, 7, 8, 9, 16, 17, 18, 28, 29] があり、講演中のその幾つかについてふれたい。

量子ウォークに関するレビュー、あるいは、本はすでに幾つかあり、例えば、Venegas-Andraca [26, 27], Konno [12], Cantero et al. [3], Manouchehri and Wang [20], Portugal [25]. 特に日本語の本としては、量子ウォーク最初の成書 (今野 [13]) と、最近までの研究の解説書 (今野 [15]) がある。また、初心者向けの入門書として町田 [19] が今年出版された。

References

- [1] A. Ambainis, E. Bach, A. Nayak, A. Vishwanath and J. Watrous, One-dimensional quantum walks. In: Proceedings of the 33rd Annual ACM Symposium on Theory of Computing, pp.37–49, 2001.
- [2] M. J. Cantero, F. A. Grünbaum, L. Moral and L. Velázquez, One-dimensional quantum walks with one defect, Reviews in Math. Phys., **24** (2012), No.02.
- [3] M. J. Cantero, F. A. Grünbaum, L. Moral and L. Velázquez, The CGMV method for quantum walks, Quantum Inf. Process. **11** (2012), 1149–1192.
- [4] A. Crespi, R. Osellame, R. Ramponi, V. Giovannetti, R. Fazio, L. Sansoni, F. De Nicola, and F. S. P. Mataloni, Anderson localization of entangled photons in an integrated quantum walk, Nature Photonics, **7** (2013), 322–328.
- [5] S. Endo, T. Endo, N. Konno, E. Segawa, and M. Takei, Limit theorems of a two-phase quantum walk with one defect, Quantum Inf. Comput. (in press), arXiv:1409.8134.

- [6] S. Endo, T. Endo, N. Konno, E. Segawa, and M. Takei, Weak limit theorem of a two-phase quantum walk with one defect, (2014), arXiv:1412.4309.
- [7] T. Endo and N. Konno, Weak convergence of the Wojcik model, (2014), arXiv:1412.7874.
- [8] T. Endo and N. Konno, The stationary measure of a space-inhomogeneous quantum walk on the line, *Yokohama Math. J.*, **60** (2014), 33–47.
- [9] T. Endo, N. Konno, E. Segawa, and M. Takei, A one-dimensional Hadamard walk with one defect, *Yokohama Math. J.*, **60** (2014), 49–90.
- [10] A. Ichihara, L. Matsuoka, Y. Kurosaki and K. Yokoyama, An analytic formula for describing the transient rotational dynamics of diatomic molecules in an optical frequency comb, *Chin. J. Phys.*, **51** (2013), 1230–1240.
- [11] T. Kitagawa, Topological phenomena in quantum walks: elementary introduction to the physics of topological phases, *Quantum Inf. Process.*, **11** (2012), 1107–1148.
- [12] N. Konno, Quantum Walks. In: *Quantum Potential Theory*, Franz, U., and Schürmann, M., Eds., *Lecture Notes in Mathematics: Vol. 1954*, pp. 309–452, Springer-Verlag, Heidelberg, 2008.
- [13] 今野紀雄, 量子ウォークの数理, 産業図書, 2008.
- [14] N. Konno, Localization of an inhomogeneous discrete-time quantum walk on the line, *Quantum Inf. Process.*, **9** (2010), 405–418.
- [15] 今野紀雄, 量子ウォーク, 森北出版, 2014.
- [16] N. Konno, The uniform measure for discrete-time quantum walks in one dimension, *Quantum Inf. Process.*, **13** (2014), 1103–1125.
- [17] N. Konno, T. Łuczak, and E. Segawa, Limit measures of inhomogeneous discrete-time quantum walks in one dimension, *Quantum Inf. Process.*, **12** (2013), 33–53.
- [18] N. Konno and M. Takei, The non-uniform stationary measure for discrete-time quantum walks in one dimension, *Quantum Inf. Comput.*, **15** (2015), 1060–1075.
- [19] 町田拓也, 図で解る量子ウォーク入門, 森北出版, 2015.
- [20] K. Manouchehri and J. Wang, *Physical Implementation of Quantum Walks*, Springer, 2013.
- [21] L. Matsuoka, T. Kasajima, M. Hashimoto and K. Yokoyama, Numerical study on quantum walks implemented on cascade rotational transitions in a diatomic molecule, *J. Korean Phys. Soc.*, **59** (2011), 2897–2900.
- [22] L. Matsuoka and K. Yokoyama, Physical implementation of quantum cellular automaton in a diatomic molecule, *J. Compu. Theo. Nanosci.*, **10** (2013), 1617–1620.
- [23] H. Obuse and N. Kawakami, Topological phases and delocalization of quantum walks in random environments, *Phys. Rev. B*, **84** (2011), 195139.
- [24] T. Oka, N. Konno, R. Arita, and H. Aoki, Breakdown of an electric-field driven system: a mapping to a quantum walk, *Phys. Rev. Lett.*, **94** (2005), 100602.
- [25] R. Portugal, *Quantum Walks and Search Algorithms*, Springer, 2013.
- [26] S. E. Venegas-Andraca, *Quantum Walks for Computer Scientists*. Morgan and Claypool, 2008.
- [27] S. E. Venegas-Andraca, Quantum walks: a comprehensive review, *Quantum Inf. Process.* **11** (2012), 1015–1106.
- [28] C. Wang, X. Lu, and W. Wang, The stationary measure of a space-inhomogeneous three-state quantum walk on the line, *Quantum Inf. Process.*, **14** (2015), 867–880.
- [29] A. Wójcik, T. Łuczak, P. Kurzyński, A. Grudka, T. Gdala, and M. Bednarska-Bzdega, Trapping a particle of a quantum walk on the line, *Phys. Rev. A*, **85** (2012), 012329.