Dynamics for non-symmetric Hamiltonians, and Gupta-Bleuler formalism for Dirac-Maxwell operator

二口 伸一郎
北海道大学

この研究は，北海道大学 PD 臼井耕太氏との共同研究である．

量子系の時間発展は，Schrödinger 方程式あるいは Heisenberg 方程式によって記述される．系の Hamiltonian が Hilbert 空間上の自己共役作用素であるならば，解の存在を保証するための一般論は十分に知られているのであるが，状態空間が不定計量空間である場合，解の存在は全く自明ではない．不定計量を伴う例としては，例えば，Lorenz ゲージにおけるゲージ場の量子論が挙げられる．

本講演では，(I) η-形式と相互作用描像を経由して，不定計量空間上での Schrödinger 方程式および Heisenberg 方程式の解を構成する方法と，(II) 解の解析性と，Gupta-Bleuler 形式への応用，に関する結果を紹介する．

η-形式とは，Hilbert 空間上の内積と線形作用素を用いて，望ましい不定計量空間を定義する方法である．これにより，通常の Hilbert 空間上での解析手法が使えるようになる．η-形式を経由すると，例えば，Lorenz ゲージにおける量子電磁力学の Hamiltonian は，不定計量について自己共役 (η-自己共役) であるが，内積について自己共役ではなく，時間発展の存在が不明である．そこで，我々は相互作用描像における時間発展を先に構成し，それを Schrödinger 描像あるいは Heisenberg 描像に翻訳する，という手法を採用する．

相互作用描像における時間発展を構築するために，我々は time-ordered exponential が収束するための条件について議論し，これが我々の主結果の核心となる．この方法は，実は対称作用素の自己共役性の判定にも応用でき，時間が許せばこの結果についても紹介する．