ここから

⑪ 12/23

(sym) これは少しやっかいである.

BMはたくさん存在する.

$B_0 = x$, $B_t - B_s \perp\!\!\!\perp B_{t'} - B_{s'}$,

$s' < t' < s < t$

$B_t - B_s$ の分布は P_{t-s} $(t > s)$ だった.

例 $(B_t)_t$ BMとする

$\tilde{B}_s = B_{t-s} - B_t$ $0 \leq s \leq t$ とする.

① $\tilde{B}_0 = 0$

② $s' < t' < s'' < t''$ とするとき

$\tilde{B}_{t''} - \tilde{B}_{s''} = B_{t-t''} - B_{t-s''}$

$\tilde{B}_{t'} - \tilde{B}_{s'} = B_{t-t'} - B_{t-s'}$ は独立.

③ $\tilde{B}_{t'} - \tilde{B}_{s'} = B_{t-t'} - B_{t-s'}$ の分布は

$P_{|t'-s'|}$ だから $B_{t'} - B_{s'}$ と一致する.

$$\therefore (f, K_t g) = \int dx\, \mathbb{E}^x\left[\bar{f}(\tilde{B}_0)\, e^{-\int_0^t V(\tilde{B}_s)ds}\, g(\tilde{B}_t)\right]$$

$$= \int dx\, \mathbb{E}^0\left[\tilde{f}(\tilde{B}_0 + x)\, e^{-\int_0^t V(\tilde{B}_s + x)ds}\, g(\underbrace{\tilde{B}_t + x}_{y})\right]$$

$$= \mathbb{E}^0\left[\int dx\, \bar{f}(\tilde{B}_0 + x)\, e^{-\int_0^t V(\tilde{B}_s + x)ds}\, g(\underbrace{\tilde{B}_t + x}_{y})\right]$$

$$= \mathbb{E}^0\left[\int dy\, \tilde{f}(\tilde{B}_0 + y - \tilde{B}_t)\, e^{-\int_0^t V(\tilde{B}_s - \tilde{B}_t + y)}\, g(y)\right]$$

$$= \mathbb{E}^0\left[\int \bar{f}(y+B_t)\, e^{-\int_0^t V(B_s+y)}\, g(y)\right]$$

$$= (\bar{g}, K_t \bar{f}) = (\overline{K_t \bar{f}}, \bar{g})$$

$$= (K_t f, g) \quad \text{sym.}$$

$K_t = e^{-tH}$ Hille-Yoshida の定理.

・V の cont 性をつかっていない.

・特異な V にたして K_t sym + Co semigroup いえる.

例 $-\frac{1}{2}\Delta - \frac{1}{|x|^{2-\varepsilon}}$ $\underline{\underline{\varepsilon > 0}}$