

目次

まえがき	<i>i</i>
断りなしに用いる記号	<i>ix</i>
第 1 章 ベクトル空間	1
1.1 定義	1
1.2 次元・基底	5
1.3 内積	6
1.4 線型作用素	9
第 2 章 距離空間と位相空間	11
2.1 距離空間	11
2.2 位相空間	15
2.3 連続写像	20
2.4 コンパクト集合	22
2.5 完備距離空間	28
2.6 連結集合	30
第 3 章 ノルム空間と有界線型作用素	34
3.1 ノルム空間	34
3.2 有界線型作用素	38
3.3 L^p の双対空間	43
第 4 章 Hilbert 空間	45
4.1 直交分解と Riesz の定理	45
4.2 正規直交系と正規直交基底	48

4.3 共役作用素	51
4.4 直交射影	54
4.5 ユニタリ作用素と Hilbert 空間の同型	56
4.6 1 変数 Hermite 関数系	58
4.7 Fock 空間	62
第 5 章 群	66
5.1 基本事項	66
5.2 群の作用	71
5.3 対称群	73
5.4 線型 Lie 群	79
5.5 直交群・回転群	82
第 6 章 Laplacian と調和多項式	86
6.1 \mathbb{R}^n の極座標	86
6.2 Laplacian の極座標表示	89
6.3 斉次多項式	91
6.4 Laplacian の特徴付けと回転不変な多項式	96
6.5 調和多項式の空間	100
第 7 章 球面調和関数	108
7.1 球面調和関数の空間	108
7.2 球面調和関数の完全性	109
7.3 球面帯調和関数	110
7.4 球面帯調和関数の母関数	120
7.5 Hermite–Weber 変換と Laguerre 関数	123
第 8 章 超球多項式の性質	129
8.1 積分公式	129
8.2 超球多項式の完全性	132
8.3 超球多項式の積分表示	133

第 9 章 位相群とその表現 (速習)	135
9.1 局所コンパクト群	135
9.2 閉部分群による商空間	139
9.3 Haar 測度	142
9.4 商空間上の測度	146
9.5 局所コンパクト群の表現	150
9.6 局所コンパクト群におけるたたみ込みと Gelfand 対	158
第 10 章 球面調和函数と回転群の表現	166
10.1 回転群の表現	166
10.2 既約性の応用	170
10.3 Gelfand 対 ($SO(n, \mathbb{R})$, $SO(n-1, \mathbb{R})$)	171
10.4 球面上の標準測度の Fourier 変換と Bochner 等式	175
第 11 章 Lie 代数	178
11.1 行列変数の指数函数と対数函数	178
11.2 Lie 代数	184
11.3 指数写像	187
11.4 Lie 代数の表現	190
第 12 章 ユニタリ作用素のなす群	195
12.1 Stone の定理	195
12.2 線型 Lie 群のユニタリ表現の微分表現	203
第 13 章 $SL(2, \mathbb{R})$	207
13.1 基本構造	207
13.2 $SL(2, \mathbb{R})$ の作用	209
13.3 $SL(2, \mathbb{R})$ の普遍被覆群 $SL(2, \mathbb{R})^\sim$	211
13.4 重み付き Bergman 空間	216
13.5 重み付き Bergman 空間への $SL(2, \mathbb{R})^\sim$ のユニタリ表現	220
第 14 章 $L^2(\mathbb{R}^n)$ の既約分解	227
14.1 $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{R})$ の元によるユニタリ作用素の 1 パラメータ群	227

14.2	Paley–Wiener 型の定理	231
14.3	ユニタリ作用素の 1 パラメータ群から $SL(2, \mathbb{R})$ の表現へ	235
14.4	簡約双対ペア	238
14.4.1	双対ペアとしての $(SL(2, \mathbb{R}), O(n, \mathbb{R}))$	238
14.4.2	斜交ベクトル空間と Lagrangian 部分空間	240
14.4.3	Heisenberg 群とメタプレクティック表現	243
附章 A	測度論・積分論における基本事項	250
A.1	σ 加法族	250
A.2	測度	251
A.3	可測関数	252
A.4	積分	253
附章 B	局所コンパクト空間上の測度	257
B.1	局所コンパクト空間	257
B.2	正則 Borel 測度	259
附章 C	Baire 空間	265
C.1	導入	265
C.2	Baire 空間としての局所コンパクト空間	267
附章 D	Stone–Weierstrass の定理	268
D.1	Bernstein 多項式	268
D.2	$C(K)$ の代数構造	270
D.3	Stone–Weierstrass の定理	272
附章 E	Fourier 変換	273
E.1	たたみ込み	273
E.2	L^1 代数の表現としての Fourier 変換	277
附章 F	Schwartz 空間と緩増加超関数	280
F.1	Fréchet 空間	280
F.2	Schwartz 空間	280
F.3	緩増加超関数	283

附章 G Hilbert 空間のテンソル積	286
G.1 ベクトル空間の代数的テンソル積	286
G.2 Hilbert 空間のテンソル積	288
G.3 L^2 空間のテンソル積	289
G.4 線型作用素のテンソル積	291
附章 H 被覆群	293
H.1 単連結性	293
H.2 被覆空間	293
H.3 被覆群	294
問題の解答・解説	295
あとがき	336
参考文献	338
索引	349