得点 [1]	得点 [2]	得点 [3]	得点 [4]	得点 [5]	得点 [6]	合計点	整理番号

微分積分学 A：中 間 試 験

1 枚 目（4 枚あります） 2017 年 5 月 31 日出題 13:00〜14:30

学生番号 氏名（ふりがな）

得点

[**1**] 次の命題の真偽について，理由をつけて答えよ． (20 点)

(1) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}$ s.t. $x + y = 0$.

(2) $\exists y \in \mathbb{R}$ s.t. $\forall x \in \mathbb{R}$ に対して $x + y = 0$.

(3) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}$ s.t. $xy = 1$.

(4) $\exists y \in \mathbb{R}$ s.t. $\forall x \in \mathbb{R}$ に対して $xy = 1$.

得点

[**2**] $\mathrm{Arcsin}\,\dfrac{1}{4} + 2\,\mathrm{Arcsin}\,\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ を逆三角函数を用いずに表せ． (15 点)

微分積分学 A： 中 間 試 験

2 枚 目（4 枚あります） 2017 年 5 月 31 日出題　13:00〜14:30

氏名

得点

[**3**] $\sqrt[3]{6}$ が無理数であることを極限を利用して示せ. (15 点)

微分積分学 A： 中 間 試 験

３ 枚 目（4 枚あります） 2017 年 5 月 31 日出題　13:00〜14:30

氏名

得点

[4] 導関数を調べて，$-1 \leqq x < 1$ のとき，$\operatorname{Arcsin} x = 2 \operatorname{Arctan} \sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}} - \dfrac{\pi}{2}$ が成り立つことを示せ．(15 点)

得点

[5] 次の極限を求めよ． (15 点)

(1) $\displaystyle\lim_{x \to +0} x^x$

(2) $\displaystyle\lim_{x \to +0} x^{x^x}$ （x の肩に x^x が乗っている）

微分積分学 A： 中 間 試 験

4 枚 目（最後のページです） 2017 年 5 月 31 日出題　13:00〜14:30

氏名

得点

[6] $a_n := \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ $(n = 1, 2, \ldots)$ について次の各問いに答えよ. (20 点)

(1) $(n+1)$ 個の正数 $1, 1+\dfrac{1}{n}, \ldots, 1+\dfrac{1}{n}$ （1 個の 1 と n 個の $1+\frac{1}{n}$）の相加平均が相乗平均より大きいことから，$a_{n+1} > a_n$ $(n = 1, 2, \ldots)$ を示せ.

(2) 二項展開をして $a_n = 1+1+\displaystyle\sum_{j=2}^{n}\frac{1}{j!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\cdots\left(1-\frac{j-1}{n}\right)$ を示し，これより，$a_n < 3$ $(\forall n = 1, 2, \ldots)$ であることを示せ.