

得点 [1]	得点 [2]	得点 [3]	得点 [4]	得点 [5]	得点 [6]	合計点	整理番号
--------	--------	--------	--------	--------	--------	-----	------

数学概論 IV ・ 情報解析学 : 期 末 試 験

1 枚 目 (4 枚あります)

2016 年 2 月 5 日出題 13:00~15:00

学生番号

氏名

得点 [1]

[1] $|z| \leq 1$ における $|(1+i)z^2 + z|$ の最大値を求めよ.

得点 [2]

[2] $\varphi(w)$ は原点 $w = 0$ の近傍で正則な函数とし, 函数 $f(z) := \varphi\left(\frac{1}{z}\right)$ を考える. $\operatorname{Res}_{z=\infty} f(z) dz$ を求めよ.

数学概論 IV・情報解析学：期末試験

2 枚目 (4 枚あります)

2016 年 2 月 5 日出題 13:00~15:00

氏名

得点 [3]

[3] $a \in \mathbb{C}$ は与えられた定数とする. 函数 $f(z) := \frac{e^z - 1 - az}{1 - \cos z}$ を考える. 孤立特異点 $z = 0$ の性質を調べよ. 極ならば何位の極か.

[4] 整函数 $f(z)$ が不等式 $|f(z)| \leq |\sin z|$ ($\forall z \in \mathbb{C}$) をみたすとき, $|C| \leq 1$ である定数 C が存在して, $f(z) = C \sin z$ となることを示せ.

数学概論 IV・情報解析学：期末試験

3 枚目 (4 枚あります)

2016 年 2 月 5 日出題 13:00~15:00

氏名

得点 [4]

[5] $f(z), g(z)$ は $z = c \in \mathbb{C}$ の近傍で正則で, $f(c) \neq 0$ かつ $z = c$ は $g(z)$ の k 位の零点とする.

(1) $k = 1$ のとき, $\operatorname{Res}_{z=c} \frac{f(z)}{g(z)} dz = \frac{f(c)}{g'(c)}$ であることを示せ.

(2) $k = 2$ のとき, $\operatorname{Res}_{z=c} \frac{f(z)}{g(z)} dz = \frac{6f'(c)g''(c) - 2f(c)g'''(c)}{3g''(c)^2}$ であることを示せ.

数学概論 IV・情報解析学：期末試験

4 枚目 (最後のページです)

2016 年 2 月 5 日出題 13:00~15:00

氏名

得点 [5]

[6] $m < n$ は自然数とする. $\omega := e^{\pi i/n}$ とし, 原点を中心とし, R と $R\omega^2$ を円弧で結ぶ扇形の周で積分して $R \rightarrow +\infty$ とすることで, 次式を示せ. $\int_0^{+\infty} \frac{x^{m-1}}{1+x^n} dx = \frac{\pi}{n} \left(\sin \frac{m}{n} \pi \right)^{-1}$