

得点 [1]	得点 [2]	得点 [3]	得点 [4]	得点 [5]	得点 [6]	得点 [7]	合計点	整理番号
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	-----	------

数学概論 IV・情報解析学：中間試験

1 枚目 (4 枚あります)

2015 年 12 月 11 日出題 13:00~15:00

学生番号

氏名

得点 [1]

[1] 次の各領域 \mathcal{D} を複素数平面に図示せよ。ただし, Arg は arg の主値である。(各 5 点)

(1) $\mathcal{D} = \left\{ z \in \mathbb{C}; -\frac{3}{4}\pi < \text{Arg}(z - 1 + i) < \frac{5}{6}\pi \right\}$ (2) $\mathcal{D} = \left\{ z \in \mathbb{C}; \left| \text{Arg} \frac{z}{z-1} \right| < \pi \right\}$

得点 [2]

[2] ベキ級数 $\sum_{n=1}^{\infty} i^n n^2 z^n$ の収束半径と和を求めよ。(10 点)

数学概論 IV・情報解析学：中間試験

2 枚目 (4 枚あります)

2015 年 12 月 11 日出題 13:00~15:00

氏名

得点 [3]

[3] 函数 $f(z) = \frac{1}{z^2 - 2z - 3}$ を原点中心のべき級数に展開せよ. 一般項を書くこと. (10 点)

得点 [4]

[4] 積分 $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=r} \frac{4z-3}{2z^2-3z-2} dz$ を次のそれぞれの場合に求めよ. (各 5 点)

(1) $0 < r < \frac{1}{2}$

(2) $\frac{1}{2} < r < 2$

(3) $r > 2$

数学概論 IV・情報解析学：中間試験

3 枚目 (4 枚あります)

2015 年 12 月 11 日出題 13:00~15:00

氏名

得点 [5]

[5] 次の各問いに答えよ。(各5点)

- (1) $|\operatorname{Arg}(i - z)| < \pi$, かつ $\operatorname{Log}(i - z) = 1 + \frac{\pi}{2}i$ をみたす $z \in \mathbb{C}$ を求めよ. ただし, Log は \log の主枝である.
- (2) $(-2)^{\sqrt{2}}$ の可能な値をすべて挙げよ.
- (3) $i^{1/i}$ の可能な値をすべて挙げよ.
- (4) $\sin z = 3$ をみたす $z \in \mathbb{C}$ をすべて求めよ.

得点 [6]

[6] (1) $u(x, y) := x^2 - y^2 - 4y$ は調和函数であることを示せ. (5点)

- (2) 整函数 $f(z)$ で, (1) の $u(x, y)$ に対して, $\operatorname{Re} f(x + iy) = u(x, y)$ となるものをすべて求めよ. 結果は z を用いた式で表すこと (x, y の函数のままだと5点満点とする). (10点)

数学概論 IV・情報解析学：中間試験

4 枚目 (最後のページです)

2015 年 12 月 11 日出題 13:00~15:00

氏名

得点 [7]

[7] 函数 $f(z) = |z|^2$ を考える. (20 点)

(1) $f(z)$ は $z = 0$ において複素微分可能であるが, 原点を含むいかなる開集合でも正則ではないことを示せ.

(2) $\varepsilon > 0$ は任意とする. 次の積分路 C_1, C_2 に対して, 線積分 $\int_{C_j} f(z) dz$ ($j = 1, 2$) を計算せよ (いずれも 0 から $(1+i)\varepsilon$ まで).

(あ) C_1 は 0 から出て $(1+i)\varepsilon$ にいたる線分.

(い) C_2 は, 0 から $\sqrt{2}\varepsilon$ まで実軸に沿って行き, そこから原点を中心とする円に沿って $(1+i)\varepsilon$ に達する路.

(3) (2) の結果と Cauchy の積分定理を照らし合わせることから, 原点を含むいかなる開集合でも $f(z)$ は正則ではないことを再び結論付けよ.