得点 [1]	得点 [2]	得点 [3]	得点 [4]	得点 [5]	得点 [6]	合計点

整理番号

微分積分学 A：中 間 試 験

1 枚 目（4 枚あります） 2015 年 7 月 2 日出題　14:50〜16:20

学生番号　　　　　　　　　　　　氏名

- 問題 [1] の用用語は次の通りとし，解答においてもそのように解釈して採点する．

狭義単調増加：$x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$,　　**単調増加**：$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \leqq f(x_2)$

得点

[1] $f(x) := x - 1 + \mathrm{Arcsin}\left(\dfrac{2}{\pi}\,\mathrm{Arctan}\,x\right)$ について．

(1) $f(x)$ は $\mathbb{R}$ 全体で狭義単調増加であることを示せ．値域も求めよ．（10 点）

(2) (1) より $g(x) := f^{-1}(x)$ が定義できる．$a := f(1)$ を求め，$g'(a)$ を求めよ．（10 点）

得点

[2] $\displaystyle\lim_{n\to\infty} e^{-\sqrt{n}}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^n$ を求めよ．（15 点）

（$\log(1+x)$ の $x \to 0$ のときの Taylor 多項式近似を考えてみよ）．

微分積分学 A： 中 間 試 験

2 枚 目（4 枚あります） 2015 年 7 月 2 日出題　14:50〜16:20

氏名

得点

[**3**]　$2\,\mathrm{Arctan}\,3 + \mathrm{Arctan}\,7$ を逆三角函数を用いずに表せ．　（10 点）

得点

[**4**]　$\sqrt[3]{4}$ が無理数であることを極限を利用して示せ．　（15 点）

微分積分学 A： 中 間 試 験

3 枚 目（4 枚あります） 2015 年 7 月 2 日出題　14:50〜16:20

氏名

得点

[5] $n = 1, 2, \ldots$ に対して，$\dfrac{d^n}{dx^n}(x^{n-1}e^{1/x}) = (-1)^n \dfrac{e^{1/x}}{x^{n+1}}$ であることを示せ．　(15 点)
（**ヒント：**$n = 2$ のときも計算してみよ．）

微分積分学 A： 中 間 試 験

4 枚 目（最後のページです） 2015 年 7 月 2 日出題　14:50〜16:20

氏名

得点

[6] (1) 恒等式 $(\tan x)(\cos x) = \sin x$ に注意して，$\tan x = \sum_{n=0}^{5} a_n x^n + o(x^5)$ $(x \to 0)$ における $a_0, a_1, \ldots, a_5$ を求めよ（すぐにわかるものは最初から決めておくこと）．（10 点）

(2) 次の極限値を求めよ．ただし，$\sinh x$ は双曲線正弦である．（15 点）

$$\lim_{x \to 0} \frac{2\sin x + \tan x - 3x}{(1 - \cos x)^2 \sinh x}$$