

| | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-----|------|
| 得点 [1] | 得点 [2] | 得点 [3] | 得点 [4] | 得点 [5] | 得点 [6] | 合計点 | 整理番号 |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-----|------|

数学概論 IV・情報解析学：期 末 試 験

1 枚 目 (4 枚あります)

2015 年 2 月 6 日出題 13:00~15:00

学生番号

氏名

- 問題 [2], [4], [5] では, 円を 1 周する積分は反時計回りとする.

得点 [1] [1] 函数 $f(z) := \frac{e^z - 1 - z}{(1 - \cos z) \sin^2 z}$ を考える. 孤立特異点 $z = 0$ の性状を調べよ. 極ならば何位の極か.

得点 [2] [2] 積分 $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=2} \frac{z^4 + \cos z}{(z - i)^5} dz$ を求めよ.

数学概論 IV・情報解析学： 期 末 試 験

2 枚 目 (4 枚 あり ます)

2015 年 2 月 6 日 出 題 13:00~15:00

氏 名

得点 [3]

[3] $r > 0$ とし, C_r は円周 $|z| = r$ の上半分を r から $-r$ に向かう路とする. $I(r) := \int_{C_r} \frac{e^{iz}}{z} dz$ とおくととき,
以下の問いに答えよ.

(1) 不等式 $|I(r)| \leq 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-r \sin \theta} d\theta$ が成り立つことを示せ.

(2) $\lim_{r \rightarrow +\infty} I(r) = 0$ を示せ.

数学概論 IV・情報解析学： 期 末 試 験

3 枚 目 (4 枚 あり ます)

2015 年 2 月 6 日 出 題 13:00~15:00

氏 名

得点 [4]

[4] $f(z)$ は整函数とする.

(1) 複素数 α, β は異なるとする. $R > 0$ を十分大きくとって 2 点 α, β が円 $|z| = R$ の内部にあるとき, 次式を示せ.

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=R} \frac{f(z)}{(z-\alpha)(z-\beta)} dz = \frac{f(\alpha) - f(\beta)}{\alpha - \beta} \dots\dots ①$$

(2) さらに $f(z)$ は有界であると仮定する. ①を利用して Liouville の定理を証明せよ.

数学概論 IV・情報解析学： 期 末 試 験

4 枚 目 (最後のページです)

2015 年 2 月 6 日出題 13:00~15:00

氏名

得点 [5]

[5] 積分 $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=4} \frac{z^{17}}{(z^2+3)^3(z^3+3)^4} dz$ の値を求めよ.

得点 [6]

[6] $z=0$ のある開近傍で正則な函数 $f(z)$ に対して, 級数 $\sum_{n=0}^{\infty} |f^{(n)}(0)|$ が収束するなら, $f(z)$ は整函数に拡張できることを示せ.