

得点 [1]	得点 [2]	得点 [3]	得点 [4]	得点 [5]	得点 [6]	合計点	原簿番号
--------	--------	--------	--------	--------	--------	-----	------

## 微分積分学 A : 期 末 試 験

1 枚 目 (4 枚あります)

2014 年 8 月 4 日出題 14:50~16:20

学生番号

氏名

得点
----

[1]  $I_n := \int (\text{Arcsin } x)^n dx$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) とおく. 次の関係式を示せ.

$$I_n = x (\text{Arcsin } x)^n + n \sqrt{1-x^2} (\text{Arcsin } x)^{n-1} - n(n-1)I_{n-2} \quad (n = 2, 3, \dots).$$

得点
----

[2] 定義にもとづいて, 広義積分  $\int_0^1 \log x dx$  を求めよ.

## 微分積分学 A：期末試験

2 枚目 (4 枚あります)

2014 年 8 月 4 日出題 14:50~16:20

氏名

得点

[3]  $a > 0$  のとき,  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{a + \sin^2\theta}$  を求めよ. (注意:  $\tan \frac{\theta}{2} = t$  という置換は賢明な策ではない)

得点

[4] (1)  $x > 0$  のとき,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(x+n+1)^2} \leq \int_1^{+\infty} \frac{dt}{(x+t)^2} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(x+n)^2}$  を示せ.

(2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(x+n)^2}$  を求めよ.

## 微分積分学 A：期末試験

3 枚目 (4 枚あります)

2014 年 8 月 4 日出題 14:50~16:20

氏名

得点

[5] (1)  $\tan x$  は奇関数で  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$  であるから、

$$\tan x = x + a_3 x^3 + a_5 x^5 + o(x^6) \quad (x \rightarrow 0)$$

とおける。恒等式  $(\tan x)(\cos x) = \sin x$  に注意して、 $a_3$  と  $a_5$  を求めよ。

(2) 次の極限值が存在して 0 でない値になるよう、定数  $\alpha > 0$  の値を定めよ。またそのときの極限值を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x + \tan x - 3x}{x^\alpha}$$

## 微分積分学 A：期末試験

4 枚目 (最後のページです)

2014 年 8 月 4 日出題 14:50~16:20

---

氏名

---

得点

[6]  $\int \frac{x^3 - x + 4}{(x^2 + 1)(x - 1)^2} dx$  を求めよ.