得点 [1]	得点 [2]	得点 [3]	得点 [4]	得点 [5]	合計点	整理番号

数学 IB：期 末 試 験

1 枚 目（4 枚あります） 2014 年 2 月 4 日出題　10:30〜12:00

学生番号　　　　　　　　　　　　　　氏名

得点 [1]

[1] $\sin z$ は整函数（$\mathbb{C}$ 全体で解析的）であり，定数ではない．ゆえに Liouville の定理によれば，$\sin z$ は $\mathbb{C}$ で有界ではないはずである（有界ならば定数函数になってしまう）．複素数列 $\{z_n\}$ で，$|\sin z_n| \to +\infty$ $(n \to \infty)$ となるものを一つ例示せよ．

得点 [2]

[2] ベキ級数 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} z^n$ の収束半径を求めよ．

数学 IB： 期 末 試 験

2 枚 目（4 枚あります） 2014 年 2 月 4 日出題 10:30〜12:00

氏名

得点

[3] 以下の各問いに答えよ．

(1) $z=0$ は $f(z) := \sin z - z\cos z$ の何位の零点か．

(2) $z=0$ は $g(z) := \dfrac{e^{z^2}-1}{\sin z - z\cos z}$ の何位の極か．

(3) (2) の $g(z)$ に対して，$\operatorname*{Res}_{z=0} g(z)$ を求めよ．

数学 IB： 期 末 試 験

3 枚 目（4 枚あります） 2014 年 2 月 4 日出題　10:30〜12:00

氏名

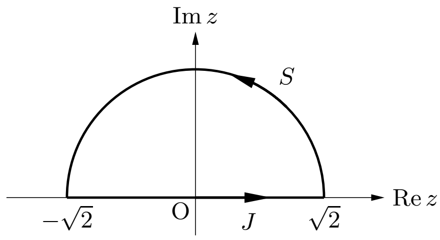
得点

[4] 以下の各問いに答えよ．

(1) $\cos z = 0$ をみたす複素数 z をすべて求めよ．

(2) C を下右図のような積分路とする．すなわち，$\sqrt{2}$ から出発して，原点を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の上半円に沿って $-\sqrt{2}$ まで達する路を S，実軸上の閉区間 $\left[-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right]$ を J とし，$C = S + J$ とする．

このとき，積分 $\dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_C \frac{\tan z}{z^4+1}\,dz$ を計算せよ．



数学 IB： 期 末 試 験

４ 枚 目（最後のページです）　　2014 年 2 月 4 日出題　10:30〜12:00

氏名

得点

[5] 以下の問いに答えよ．

(1) 複素平面上の集合 $\{1+w\ ;\ |w| \leqq 1\}$ を図示せよ．

(2) $|\theta| < \pi$ のとき，$\left|\mathrm{Arg}(1+e^{i\theta})\right| < \dfrac{\pi}{2}$ であることを示せ．

(3) $\dfrac{1}{1+z}$ の $z = e^{i\theta}$（ただし $|\theta| < \pi$）での Taylor 級数を求めよ（分母でうまく $z - e^{i\theta}$ を作り出す）．

(4) $|\theta| < \pi$ とする．$\dfrac{1}{1+z}$ の原始函数で，$f(e^{i\theta}) = \mathrm{Log}(1+e^{i\theta})$ をみたすものが $f(z) = \mathrm{Log}(1+z)$ であることを用いて，$f(z)$ の $z = e^{i\theta}$ における Taylor 級数を書き下せ．ただし，Log は log の主値である．