得点 [1]	得点 [2]	得点 [3]	得点 [4]	得点 [5]	合計点

線形代数 B：中 間 試 験

1 枚 目（4 枚あります） 2013 年 12 月 4 日出題　13:00〜14:30

学生番号　　　　　　　　　　　　　　　氏名

得点

[1] 次で定義される W は $\mathbb{R}^3$ の部分空間であるかどうか調べよ．

(1) $W := \left\{ \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; \begin{array}{l} 2x_1 - 3x_2 + \ \ x_3 \leqq 1 \\ 3x_1 + \ \ x_2 + 2x_3 \leqq 1 \end{array} \right\}$.　　(2) $W := \left\{ \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; \begin{array}{c} x_1^2 + x_2^2 - 2x_3^2 = 0 \\ x_1 - x_2 = 0 \end{array} \right\}$.

得点

[2] $\mathbb{R}[x]_3$ において，次の $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$, $f_4(x)$ は 1 次独立か．

$$f_1(x) := 2 + x - x^2 - x^3, \qquad f_2(x) := 1 - x + 2x^2 + x^3,$$
$$f_3(x) := 1 - x + x^2 - x^3, \qquad f_4(x) := 2 + x - 2x^2 - 3x^3.$$

線形代数 B： 中 間 試 験

　　2013 年 12 月 4 日出題　13:00〜14:30

氏名

得点

[3] (1) 次の 4 個のベクトルは $\mathbb{R}^4$ において基底をなすことを示せ．

$$\boldsymbol{u}_1 := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{u}_2 := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{u}_3 := \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{u}_4 := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(2) $\mathbb{R}^4$ の標準基底を $\{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3, \boldsymbol{e}_4\}$ とする．基底の変換 $\{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3, \boldsymbol{e}_4\} \longrightarrow \{\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}_3, \boldsymbol{u}_4\}$ の行列 P を求めよ．

線形代数 B： 中 間 試 験

 2013 年 12 月 4 日出題　13:00〜14:30

氏名

得点

[4]　行列 $A := \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 & 1 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ による線型写像 $T_A : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$，$T_A \boldsymbol{x} := A\boldsymbol{x}$ を考える．

(1) 核 $\mathrm{Ker}(T_A)$ の次元と $\mathrm{Ker}(T_A)$ の基底を一組挙げよ．

(2) T_A の階数と $\mathrm{Im}(T_A)$ の基底を一組挙げよ．

線形代数 B： 中 間 試 験

4 枚 目（最後のページです） 2013 年 12 月 4 日出題　13:00〜14:30

氏名

得点

[5] 問題 **[4]** の線型写像 T_A を考える．すなわち，T_A は

行列 $A := \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 & 1 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ による線型写像 $T_A : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$，$T_A\boldsymbol{x} := A\boldsymbol{x}$ である．

$\mathbb{R}^4$ の基底としては問題 **[3]** の $\{\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}_3, \boldsymbol{u}_4\}$ をとる．すなわち

$$\boldsymbol{u}_1 := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{u}_2 := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{u}_3 := \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{u}_4 := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

とし，$\mathbb{R}^3$ の基底としては次で定義される $\{\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3\}$ をとる．

$$\boldsymbol{v}_1 := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_2 := \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{v}_3 := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

基底 $\{\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u}_3, \boldsymbol{u}_4\}$，$\{\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3\}$ に関する T_A の表現行列を求めよ．