微分積分学 B：期 末 試 験

1 枚 目（**4** 枚あります）　　　　2013 年 1 月 31 日出題　14:50〜16:20

学生番号　　　　　　　　　　氏名

[1] 次の重積分を計算せよ．$\displaystyle\iint_D xy(x+3y)\,dxdy, \qquad D := [\,0,\,2\,]\times[\,1,\,3\,]$

[2] 次の累次積分の値を，(1) 与えられた順序のまま，(2) 積分の順序を変更して，計算せよ．

$$\int_0^2 \left(\int_0^{y^2} \sqrt{x}\,dx \right) dy$$

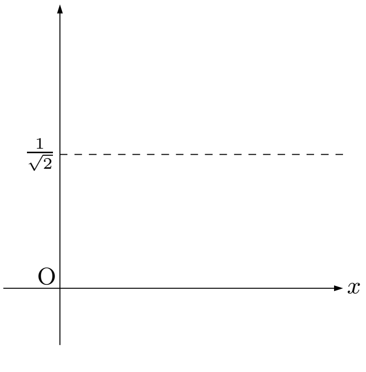
微分積分学 B： 期 末 試 験

２ 枚 目（4 枚あります）　　　　2013 年 1 月 31 日出題　14:50〜16:20

氏名

[3]　(1) 極座標を用いて $x = r\cos\theta$，$y = r\sin\theta$ とするとき，$\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}$ を計算せよ．

(2) 重積分 $I := \displaystyle\iint_D \log(1+x^2+y^2)\,dxdy$，ただし，$D := \left\{(x,y)\,;\, 0 \leqq y \leqq \dfrac{1}{\sqrt{2}},\ y \leqq x \leqq \sqrt{1-y^2}\right\}$ について，まず積分領域 D を左下に図示し，次に極座標を用いて I を計算せよ．



微分積分学 **B**： 期 末 試 験

3 枚 目（**4** 枚あります）　　2013 年 1 月 31 日出題　14:50〜16:20

氏名

---

[4] (1) 曲線 $C : x^4 + y^2 = 1$ 上には特異点はないことを示せ．

(2) $x^4 + y^2 = 1$ のもとで，函数 $f(x, y) := xy$ の最大値と最小値を求めよ．

（最大値と最小値の存在は仮定してよい．）

微分積分学 **B**： 期 末 試 験

　　2013 年 1 月 31 日出題　14:50〜16:20

氏名

[5] $f(t)$，$g(t)$ は 1 変数 t のなめらかな函数であるとし，$F(x,y) := xf\left(\dfrac{y}{x}\right) + g\left(\dfrac{y}{x}\right)$ で定義される 2 変数 x,y の函数 $F(x,y)$ を考える.

(1) $F_{xx} = \dfrac{y^2}{x^3}\,f''(t) + 2\,\dfrac{y}{x^3}\,g'(t) + \dfrac{y^2}{x^4}\,g''(t)$ $\left(\text{ただし } t = \dfrac{y}{x}\right)$ であることを示せ.

(2) 同様に F_{xy} 等を計算して，$x^2F_{xx} + 2xyF_{xy} + y^2F_{yy} = 0$ であることを示せ.