

## 微分積分学 A : 中間試験

1 枚目 (4 枚あります)

2012 年 6 月 15 日出題 10:30~12:00

---

学生番号

氏名

---

- [1] (1) 函数  $f(x) := \arcsin \frac{1-x}{1+x}$  の最大の定義域を求めよ. (5 点)  
(2)  $f'(x)$  を求めよ. (5 点)

- [2] (1)  $t = \tan \frac{x}{2}$  とおくと,  $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$  と  $\frac{dx}{dt} = \frac{2}{1+t^2}$  が成り立つことを示せ. (5 点)  
(2)  $\int \frac{dx}{2 + \sin x}$  を求めよ. (15 点)

## 微分積分学 A：中間試験

2 枚目 (4 枚あります)

2012 年 6 月 15 日出題 10:30~12:00

---

学生番号

氏名

---

[3] (1)  $\alpha = \arccos\left(-\frac{1}{3}\right)$  の範囲に注意して,  $\pi + \arctan x = \arccos\left(-\frac{1}{3}\right)$  をみたす実数  $x$  を求めよ. (10 点)

[4] 数列  $\{a_n\}$  は実数  $\alpha$  に収束し, 数列  $\{b_n\}$  は実数  $\beta$  に収束しているとする.

(1) 数列  $\{a_n + b_n\}$  は  $\alpha + \beta$  に収束することを示せ. (10 点)

(2) すべての  $n$  に対して  $a_n \leq b_n$  が成り立てば,  $\alpha \leq \beta$  が成り立つことを示せ. (10 点)

(3) すべての  $n$  に対して  $a_n < b_n$  が成り立っているが,  $\alpha = \beta$  である数列  $\{a_n\}$  と  $\{b_n\}$  の例を挙げよ. 説明も加えること. (5 点)

## 微分積分学 A：中間試験

3 枚目 (4 枚あります)

2012 年 6 月 15 日出題 10:30~12:00

---

学生番号

氏名

---

[5]  $0 < b_1 < a_1$  とする. 連立漸化式 
$$\begin{cases} a_{n+1} = \sqrt{a_n b_n} \\ b_{n+1} = \frac{1}{2}(a_{n+1} + b_n) \end{cases} \quad (n = 1, 2, \dots)$$
 で定まる数列

$\{a_n\}, \{b_n\}$  は同一の値に収束することを示せ. (20 点)

(コメント: 宿題に出した数列と微妙に異なるが, 同じパターンになる).

## 微分積分学 A：中間試験

4 枚目（最後のページです）

2012 年 6 月 15 日出題 10:30~12:00

---

学生番号

氏名

---

[6]  $\int \frac{dx}{(x^2+1)(x-1)^2}$  を求めよ. (15 点)