

## 微分積分学 B：期末試験

1 枚目 (4枚あります)

2012年2月2日出題 14:50~16:20

---

学生番号

氏名

---

[1] 変数変換  $y = \sqrt{x^2 - 1}$  を行うことにより, 定積分  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}}$  を計算せよ.

## 微分積分学 B：期末試験

2 枚目 (4 枚あります)

2012 年 2 月 2 日出題 14:50~16:20

---

学生番号

氏名

---

[2] 2 変数関数  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$  に極値があれば、それを求めよ。極大か極小かも調べる  
こと。

## 微分積分学 B：期末試験

3 枚目 (4 枚あります)

2012 年 2 月 2 日出題 14:50~16:20

---

学生番号

氏名

---

[3]  $F(x, y) = xy(x - y) - 2$  とおく. 曲線  $F(x, y) = 0$  を  $C$  とする.

(1)  $F_y(a_0, b_0) = 0$  をみたす曲線  $C$  上の点  $(a_0, b_0)$  をすべて求めよ.

(2) 点  $(a, b)$  は (1) の  $(a_0, b_0)$  以外の  $C$  上の点とする. このとき, 陰関数定理より,  $x = a$  の近傍で定めらな函数  $f(x)$  が定まって,  $f(a) = b$  かつ  $F(x, f(x)) = 0$  となるが, この  $f(x)$  に対して  $f'(a) = \frac{b(b-2a)}{a(a-2b)}$  となることを示せ.

(3)  $f'(a) = 0$  となる  $a$  を求め,  $f(a)$  が極値かどうか判定せよ. 極大か極小かも述べること. ただし,  $f'(a) = 0$  となる  $a$  については,  $f''(a) = -\frac{F_{xx}(a, f(a))}{F_y(a, f(a))}$  となることは用いてよい.

## 微分積分学 B： 期 末 試 験

4 枚 目 (最後のページです)

2012 年 2 月 2 日出題 14:50~16:20

---

学生番号

氏名

---

[4]  $f(t)$ ,  $g(t)$  はなめらかな関数であるとし,  $z = xf\left(\frac{y}{x}\right) + g\left(\frac{y}{x}\right)$  で定義される 2 変数  $x, y$  の関数  $z$  を考える.

(1)  $z_{xx} = \frac{y^2}{x^3} f''(t) + 2 \frac{y}{x^3} g'(t) + \frac{y^2}{x^4} g''(t)$  ( $t = \frac{y}{x}$ ) であることを示せ.

(2) 同様に  $z_{xy}$  等を計算して,  $x^2 z_{xx} + 2xy z_{xy} + y^2 z_{yy} = 0$  であることを示せ.