微分積分学 B：期 末 試 験

１ 枚 目（**4** 枚あります）　　2012 年 2 月 10 日出題　10:30〜12:00

学生番号　　　　　　　　　　　　氏名

[**1**]　曲面 $z = (x+y)e^{-2x+y}$ の点 $\mathrm{P}(0,1,e)$ における接平面と法線の方程式を求めよ．

微分積分学 B： 期 末 試 験

　　2012 年 2 月 10 日出題　10:30〜12:00

学生番号　　　　　　　　　　　　　　　氏名

[**2**]　2 変数函数 $f(x,y) = x^3 - x - y^2$ に極値があれば，それを求めよ．極大か極小かも調べること．

微分積分学 **B**： 期 末 試 験

　　　　2012 年 2 月 10 日出題　10:30〜12:00

学生番号　　　　　　　　　　　　氏名

[**3**]　$F(x,y)=x^4+y^4-4xy$ とおく．曲線 $F(x,y)=0$ を C とする．
(1) $F_y(a_0,b_0)=0$ をみたす曲線 C 上の点 (a_0,b_0) をすべて求めよ．
(2) 点 (a,b) は (1) の (a_0,b_0) 以外の C 上の点とする．このとき，陰函数定理より，$x=a$ の近傍でなめらかな函数 $f(x)$ が定まって，$f(a)=b$ かつ $F(x,f(x))=0$ となるが，この $f(x)$ に対して $f'(a)=\dfrac{a^3-b}{a-b^3}$ となることを示せ．
(3) $f'(a)=0$ となる a を求め，$f(a)$ が極値かどうか判定せよ．極大か極小かも述べること．ただし，$f'(a)=0$ となる a については，$f''(a)=-\dfrac{F_{xx}(a,f(a))}{F_y(a,f(a))}$ となることは用いてよい．

微分積分学 B： 期 末 試 験

4 枚 目（最後のページです）　　2012 年 2 月 10 日出題　10:30〜12:00

学生番号　　　　　　　　　　　　　氏名

[**4**] $f(t)$，$g(t)$ はなめらかな函数であるとし，$z = xf\left(\dfrac{y}{x}\right) + g\left(\dfrac{y}{x}\right)$ で定義される 2 変数 x, y の函数 z を考える．

(1) $z_{xx} = \dfrac{y^2}{x^3}\, f''(t) + 2\,\dfrac{y}{x^3}\, g'(t) + \dfrac{y^2}{x^4}\, g''(t)\ \left(t = \dfrac{y}{x}\right)$ であることを示せ．

(2) 同様に z_{xy} 等を計算して，$x^2 z_{xx} + 2xyz_{xy} + y^2 z_{yy} = 0$ であることを示せ．