微分積分学 B：中 間 試 験

1 枚 目（**4** 枚あります）　　　　　2011 年 12 月 8 日出題　14:50〜16:20

学生番号　　　　　　　　　　　　　　氏名

[**1**] 定積分 $I := \displaystyle\int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + a\cos x}$ を考える．ただし $0 < a < 1$ とする．

(1) $\tan\dfrac{x}{2} = t$ とおくとき，$\cos x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$，$dx = \dfrac{2\,dt}{1+t^2}$ であることを示せ．

(2) I を計算せよ．

微分積分学 B： 中 間 試 験

２ 枚 目（4 枚あります）　　2011 年 12 月 8 日出題　14:50〜16:20

学生番号　　　　氏名

[**2**] 次の変数分離形の微分方程式の一般解を求めよ：　$xy' = y^2 - 1$

微分積分学 B： 中 間 試 験

３ 枚 目（4 枚あります）　　2011 年 12 月 8 日出題　14:50〜16:20

学生番号　　　　　　　　　　　　　　　氏名

[**3**]　次の極限値を求めよ．$\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y}{x^2+y^2}$

[**4**]　$z = \tan^{-1}\dfrac{y}{x}$ のとき，$z_{xx} + z_{yy} = 0$ であることを示せ．

微分積分学 B： 中 間 試 験

　　2011 年 12 月 8 日出題　14:50〜16:20

学生番号　　　　　　　　　　氏名

[5] C^2 函数 $z = f(x, y)$ を $x = au + bv$，$y = bu + av$（a, b は定数で $a^2 - b^2 = 1$ をみたす）によって u, v に変数を変換するとき，次の式を示せ.

(1) $(z_u)^2 - (z_v)^2 = (z_x)^2 - (z_y)^2$.

(2) $z_{uu} - z_{vv} = z_{xx} - z_{yy}$.