微分積分学 **A** ： 中 間 試 験

1 枚 目（4枚あります）　2011 年 6 月 23 日出題

学生番号　　　　　　　　　　氏名

[**1**] $a_1 = \sqrt{2}$, $a_n := \sqrt{2 + a_{n-1}}$ $(n = 2, 3, \ldots)$ で定まる数列について：
(1) 数列 $\{a_n\}$ は狭義単調増加であることを示せ.
(2) 任意の $n \in \mathbb{N}$ に対して $a_n < 2$ であることを示せ.
(3) $\{a_n\}$ の極限値を求めよ.

微分積分学 **A**： 中 間 試 験

２ 枚 目（４枚あります）　　2011 年 6 月 23 日出題

学生番号　　　　　　　　　　　　　　氏名

[**2**] 次の式で定義される数列 $\{a_n\}$ の極限値を求めよ．

$$a_1 > 0,\ \ a_n := \frac{2}{2 + a_{n-1}} \quad (n = 2, 3, \dots).$$

微分積分学 **A** ： 中 間 試 験

 2011 年 6 月 23 日出題

学生番号 　　　　　　　　　　　　　　　　氏名

[3] $-1 \leqq x < 1$ のとき，$\sin^{-1}x = 2\tan^{-1}\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}} - \dfrac{\pi}{2}$ が成り立つことを，次の 2 通りの方法で示せ.

(1) 逆三角函数の定義に基づいて.

(2) $f(x) := \sin^{-1}x - 2\tan^{-1}\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ とおいて，導函数 $f'(x)$ が恒等的に 0 であることを示すことにより.

微分積分学 A ： 中 間 試 験

４ 枚 目（最終ページ）　　2011 年 6 月 23 日出題

学生番号　　　　　　　　氏名

[**4**] $0 < a \leqq b \leqq c$ のとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}(a^n + b^n + c^n)^{1/n}$ を求めよ．

[**5**] $x \to +0$ のとき，$\displaystyle\frac{1}{1+\sqrt{x}} - (1 - \sqrt{x} + x) = o(x)$ であることを示せ．