微分積分学 A ： 中 間 試 験

１ 枚 目（４枚あります） 2011 年 6 月 24 日出題

学生番号 氏名

[**1**] $a > 0$, $x_1 > \sqrt{a}$ であるとき,

$$x_{n+1} := \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{a}{x_n}\right) \qquad (n = 1, 2, \ldots)$$

によって数列 $\{x_n\}$ を定める.

(1) 任意の $n \in \mathbb{N}$ に対して, $x_n > \sqrt{a}$ であることを示せ.

(2) 数列 $\{x_n\}$ は狭義単調減少であることを示せ.

(3) $\{x_n\}$ の極限値を求めよ.

微分積分学 **A**： 中 間 試 験

２ 枚 目（４枚あります）　　2011 年 6 月 24 日出題

学生番号　　　　氏名

[**2**] 次の式で定義される数列 $\{a_n\}$ の極限値を求めよ．

$$a_1 = 1,\ \ a_n = 1 + \frac{1}{a_{n-1}} \quad (n = 2, 3, \ldots).$$

微分積分学 A ： 中 間 試 験

3 枚 目（４枚あります） 2011 年 6 月 24 日出題

学生番号 氏名

[3] $-1 \leqq x < 1$ のとき，$\sin^{-1}x = 2\tan^{-1}\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}} - \dfrac{\pi}{2}$ が成り立つことを，次の 2 通りの方法で示せ.

(1) 逆三角函数の定義に基づいて.

(2) $f(x) := \sin^{-1}x - 2\tan^{-1}\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ とおいて，導函数 $f'(x)$ が恒等的に 0 であることを示すことにより.

微分積分学 A ： 中 間 試 験

４ 枚 目（最終ページ）　　2011 年 6 月 24 日出題

学生番号　　　　氏名

[**4**] $0 < a \leqq b \leqq c$ のとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}(a^n + b^n + c^n)^{1/n}$ を求めよ.

[**5**] $x \to 0$ のとき，$\tan x - \sin x = o(x^2)$ であることを示せ.