

微分積分学 A : 期末試験

1 枚目 (3枚あります)

2010年7月27日出題

学生番号

氏名

[1] 微分を用いて, 次の等式がすべての実数 x に対して成り立つことを示せ.

$$\tan^{-1}(\sinh x) + \frac{\pi}{2} = 2 \tan^{-1}(e^x)$$

[2] $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ は異なる実数であるとして, 多項式 $f(x) = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \cdots (x - \alpha_n)$ を考える. 定数 A_k ($k = 1, \dots, n$) を用いて, $\frac{1}{f(x)} = \frac{A_1}{x - \alpha_1} + \cdots + \frac{A_n}{x - \alpha_n}$ となるとき, $A_k = \frac{1}{f'(\alpha_k)}$ ($k = 1, \dots, n$) であることを示せ. $f'(\alpha_k) \neq 0$ にも言及すること. (まず $1 = \sum_{k=1}^n A_k \frac{f(x) - f(\alpha_k)}{x - \alpha_k}$ を示せ.)

微分積分学 A：期末試験

2 枚目 (3枚あります)

2010 年 7 月 27 日出題

学生番号

氏名

[3] 次の極限值を求めよ.

(1) $\lim_{x \rightarrow +0} (\log x) \log(1+x)$ (2) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tanh x)^{1/x}$

[4] 次の不定積分を計算せよ.

(1) $\int \sin^{-1} x \, dx$ (2) $\int \frac{dx}{3 + \cos x}$

微分積分学 A : 期末試験

3 枚目 (最終ページ)

2010 年 7 月 27 日出題

学生番号

氏名

[5] 次で定義される函数 $f(x)$ を考える :

$$f(x) := \begin{cases} \frac{1}{2}x + x^2 \sin \frac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

- (1) $f(x)$ は $x = 0$ で微分可能であって, $f'(0) > 0$ であることを示せ.
- (2) $\delta > 0$ がどんなに小さくても, $f(x)$ は开区間 $(-\delta, \delta)$ で単調増加にはならないことを示せ.