数 学 概 論 I ： 中 間 試 験

1 枚 目（5枚あります）　　　　2009 年 12 月 8 日出題

学生番号　　　　　　　　　　　　　　氏名

[**1**]　(1) 収束する数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ が $a_n \leqq b_n$ $(n = 1, 2, \ldots)$ をみたすならば $\lim_{n\to\infty} a_n \leqq \lim_{n\to\infty} b_n$ が成り立つことを示せ．

(2) (1) で $a_n < b_n$ $(n = 1, 2, \ldots)$ であるが，結論では等号になるような数列の具体例をあげよ．

数 学 概 論 I ： 中 間 試 験

 2009 年 12 月 8 日出題

学生番号 氏名

[**2**] (1) 数列 $\{a_n\}$ が収束するならば，$\lim_{n\to\infty} |a_{n+1} - a_n| = 0$ であることを示せ．

(2) 逆に $\lim_{n\to\infty} |a_{n+1} - a_n| = 0$ ならば，数列 $\{a_n\}$ は収束するか．成り立つならば証明し，成り立たないならば反例をあげよ．

数 学 概 論 I ： 中 間 試 験

3 枚 目（5枚あります）　　2009 年 12 月 8 日出題

学生番号　　　　　　　　氏名

[**3**]　次の各級数の収束・発散を判定せよ.

(1) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha} b^{n} \quad (\alpha > 0,\ b > 0)$　　　(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} + r^{n}} \quad (r > 0).$

数 学 概 論 I ： 中 間 試 験

４ 枚 目（５枚あります） 2009 年 12 月 8 日出題

学生番号 氏名

[**4**] 交代級数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \sin \frac{1}{n}$ は収束するが，絶対収束はしないことを示せ．

数 学 概 論 I ： 中 間 試 験

５ 枚 目（５枚あります）　　2009 年 12 月 8 日出題

学生番号　　　　　　　　　　　　　　　氏名

[**5**]　上に有界な数列 $\{a_n\}$ の上極限を α とする：$\alpha := \limsup_{n\to\infty} a_n$.

(1) $\{a_n\}$ の部分列で α に収束するものが存在することを示せ.
(2) $\{a_n\}$ の任意の集積値を β とするとき，$\beta \leqq \alpha$ であることを示せ.