

授業科目	解析学 B1	試験日時	7月30日 13:00~15:00	担当教員	野村隆昭
------	--------	------	-------------------	------	------

[1]  $|z| < 1$  のとき, 無限積  $\prod_{n=0}^{\infty} (1 + z^{2^n})$  は  $\frac{1}{1-z}$  に広義一様収束することを示せ.

[2]  $n$  は自然数であるとする. 上半平面  $\text{Im } z > 0$  での留数を考えて, 次の公式を示せ:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{1+t^{2n}} = \frac{\pi}{n \sin \frac{\pi}{2n}}$$

次頁以降にも問題がある

学生番号		氏名		評点	
------	--	----	--	----	--

授業科目	解析学 B1	試験日時	7月30日 13:00~15:00	担当教員	野村隆昭
------	--------	------	-------------------	------	------

[3]  $z = i$  で 1 位の極を持ち、留数が  $-1$ 、さらに  $z = \infty$  と  $z = -1$  に極を持ち、そこにおける主要部がそれぞれ  $z^2 + z$ ,  $-\frac{2}{(z+1)^2} + \frac{1}{z+1}$  であり、さらにこれら以外では正則で、しかも  $f(0) = i$  となるような函数  $f(z)$  をすべて求めよ.

[4] 無限遠点での留数を考えて、次の積分を、(1)  $C : |z| = 3$ , (2)  $C : |z| = \frac{3}{2}$  のときに計算せよ :

$$\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{dz}{(z-2)(z^{13}-1)}$$

次頁にも問題がある

学生番号		氏名		評点	
------	--	----	--	----	--

授業科目	解析学 B1	試験日時	7月30日 13:00~15:00	担当教員	野村隆昭
------	--------	------	-------------------	------	------

[5] 4次方程式  $z^4 + 4z + 4 = 0$  は各象限に1個ずつ解を持つことを示せ.  
(Hint: 偏角の原理を用いて, 第1, 第2象限に1個ずつ解を持つことを示し, 次に実係数であることに注意する.)

[6]  $D := \{z \in \mathbb{C}; 1 < |z| < 2\}$  で正則で,  $e^{f(z)} = z$  ( $\forall z \in D$ ) をみたす函数  $f(z)$  は存在しないことを示せ (説得力のある証明を書くこと).

学生番号		氏名		評点	
------	--	----	--	----	--