

授業科目	解析学 A1・情報解析学	試験日時	2月9日 13:00~15:00	担当教員	野村隆昭
------	--------------	------	------------------	------	------

[1] i^i のとり得る値をすべてあげよ.

[2] (1) 極座標 ($z = re^{i\theta}$) に関する次の変換公式を示せ: $\frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2} e^{-i\theta} \left(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{i}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$, $\frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2} e^{i\theta} \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{i}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$

(2) 函数 $f(z) = \text{Log } z$ は, その定義域 $D := \mathbb{C} \setminus (-\infty, 0]$ において正則であることを示せ.

次頁以降にも問題がある

学生番号		氏名		評点	
------	--	----	--	----	--

授業科目	解析学 A1・情報解析学	試験日時	2月9日 13:00~15:00	担当教員	野村隆昭
------	--------------	------	------------------	------	------

[3] 次のそれぞれの円周 C について, 積分 $\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{e^{z^2}}{z^2 - 6z} dz$ を計算せよ:

(1) $C: |z - 2| = 1$, (2) $C: |z - 2| = 3$, (3) $C: |z - 2| = 5$

[4] $z = 0$ の近傍で正則な函数 $f(z)$ に対して, 級数 $\sum_{n=0}^{\infty} |f^{(n)}(0)|$ が収束するなら, 実は $f(z)$ は整函数に拡張できることを示せ.

次頁にも問題がある

学生番号		氏名		評点	
------	--	----	--	----	--

授業科目	解析学 A1・情報解析学	試験日時	2月9日 13:00~15:00	担当教員	野村隆昭
------	--------------	------	------------------	------	------

[5] 整函数 $f(z)$ が $\iint_{\mathbb{R}^2} |f(x+iy)| dx dy < \infty$ をみたすならば, $f(z)$ は恒等的に 0 であることを示せ.

(HINT: 正則函数の「平均値の性質」の両辺に半径の r をかけて, r で 0 から R まで積分してみよ.)

[6] $f(z)$ は定数ではない整函数であるとする. 任意の $a > 0$ に対して, 集合 $E_a := \{z \in \mathbb{C}; |f(z)| > a\}$ は空でない開集合であり, かつ非有界であることを示せ.

学生番号		氏名		評点	
------	--	----	--	----	--