

授業科目	解析学 A1・情報解析学	試験日時	12月1日 13:00~15:00	担当教員	野村隆昭
------	--------------	------	-------------------	------	------

[1] α は 0 でない複素数とする. $\frac{z}{\alpha} + \frac{\bar{z}}{\bar{\alpha}} = 1$ をみたす複素数 z は, 2 点 $0, \alpha$ を結ぶ線分の垂直 2 等分線上を動くことを示せ.

[2] 複素数 z に対して, 不等式 $|e^z - 1| \leq e^{|z|} - 1$ が成り立つことを示せ.

次頁以降にも問題がある

学生番号		氏名		評点	
------	--	----	--	----	--

授業科目	解析学 A1・情報解析学	試験日時	12月1日 13:00~15:00	担当教員	野村隆昭
------	--------------	------	-------------------	------	------

[3] 次の (1),(2) は正しいか.

- (1) z が複素数であっても, $|\sin z| \leq 1$ である.
(2) z が複素数であっても, e^z が負の実数になることはない.

[4] $|z| < 1$ で解析的な函数 $f(z)$ で, すべての自然数 n に対して,

$$f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{n+1}{n^2}, \quad f\left(-\frac{1}{n}\right) = -\frac{n+1}{n^2}$$

をみたすものは存在するか.

次頁にも問題がある

学生番号		氏名		評点	
------	--	----	--	----	--

授業科目	解析学 A1・情報解析学	試験日時	12月1日 13:00~15:00	担当教員	野村隆昭
[5] 次のべき級数を考える： $f(z) := \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)z^n$					
このページで問題は終わりである					
(1) 収束半径は 1 であることを示せ.					
(2) $ z < 1$ における $f(z)$ の原始関数で, $z=0$ での値が 1 であるものを $F(z)$ とする. $F(z)$ をまずべき級数の形で求め, 次にその和を計算せよ.					
(3) $f(z)$ は領域 $\{z \in \mathbb{C}; z \neq 1\}$ に解析接続されることを確認し, 解析接続された $f(z)$ の $z = -2$ の近傍におけるべき級数展開を求めよ.					
学生番号		氏名		評点	