

微分積分 A・試験問題

(2005/07/26)

試験時間 90 分 (10:30~12:00)

(担当：野村隆昭)

- * [1] と [2] は必ず解答のこと.
- * [3A], [3B], [3C] から 1 題のみ選択のこと.
- * 以上合計 3 題に解答せよ.

[1] 次の極限值を求めよ：

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sinh x)^{\frac{1}{x}}.$$

ただし $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ である.

[2] $\int \frac{\sin x}{2 + \cos x + \sin x} dx$ を $\tan \frac{x}{2} = t$ と置くことにより計算せよ.

[3A] 次の等式を微分法によって証明せよ：

$$2 \operatorname{Arcsin} \sqrt{x} = \frac{\pi}{2} + \operatorname{Arcsin}(2x - 1) \quad (0 \leq x \leq 1).$$

[3B] 方程式 $\operatorname{Arctan} x = \frac{1}{2}x$ は正の解をただ一つ持つことを示せ.

[3C] 自然数 $n = 1, 2, \dots$ に対して、次の等式を示せ：

$$\frac{d^n}{dx^n} (x^{n-1} e^{1/x}) = (-1)^n \frac{e^{1/x}}{x^{n+1}}.$$

以上