

微分積分 A・試験問題

(2005/07/26)

試験時間 90 分 (08:40~10:10)

(担当：野村隆昭)

- * [1] と [2] は必ず解答のこと.
- * [3A], [3B], [3C] から 1 題のみ選択のこと.
- * 以上合計 3 題に解答せよ.

[1] 次の極限值を求めよ：

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}.$$

[2] $\int \frac{\cos x}{2 + \cos x + \sin x} dx$ を $\tan \frac{x}{2} = t$ と置くことにより計算せよ.

[3A] 次の等式を微分法によって証明せよ：

$$2 \operatorname{Arctan} \sqrt{x} = \frac{\pi}{2} + \operatorname{Arcsin} \frac{x-1}{x+1} \quad (x \geq 0).$$

[3B] 方程式 $\tanh x = \frac{1}{4}x$ は正の解をただ一つ持つことを示せ.

[3C] 自然数 $n = 1, 2, \dots$ に対して、次の等式を示せ：

$$\frac{d^n}{dx^n} (x^{n-1} e^{1/x}) = (-1)^n \frac{e^{1/x}}{x^{n+1}}.$$

以上